MISCELLANEVM GEOMETRICVM

In Quatuor partes Diuiſum.

In quarum prima, agitur de menſura, & centro grauitatis quorundam ſolidorum à Geometria nondùm conſideratorum.

In ſecunda, de centris æquilibrij in baſibus, & grauitatis in altitudinibus quamplurium truncorum cylindricorum diagonaliter reſectorum.

In tertia, tanguntur quædam circa centra grauitatis ſuperficierum curuarum; aſſignaturque centrum grauitatis cuiuſcunque portionis ſuperficiei ſphæricæ.

In quarta verò, aſſignantur maxima inſcriptibilia in infinitis trilineis, & in infinitis conicis ex ipſis reuolutis tam circa axim, quam circa baſim.

AVTHORE

F. STEPHANO DE ANGELIS VENETO,

Ordinis Ieſuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.

Bib: Sec: Coll. Rom. Soc: J.



VENETIIS, MDCLX.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

Digitized by Google

Illuſtriſſimo atque Excellentiſſimo Equiti

PETRO BASADONNA

Ad Sanctiſſimum D. N.

ALEXANDRVM VII.

P. O. M.

VENETO ORATORI.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS
Ord. Ieſuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia
Veneta Prouincialis Definitor.

Fauſtiſſimam Perennitatem.

EA erga me, Illuſtriſſime, atque Excellentiſſime Eques, ac Senator, extitere ſemper, hodieque ſunt humaniſſimæ beneficentiæ Tuæ promerita, vt recenſere eadem qui velit, non epiſtolam ille, non librum, ſed bibliothecam penè conficiat neceſſe ſit. Neque vnus ego, qui arcana animi conſcientia, grataq; potius memoria quid tot tantiſque beneficijs debeam

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

tacitus fateor, ſed vniuerſa Jeſuaticæ Religionis Familia de tuo Maximorum Herbum patrocinio, ac ſplendidiſſima liberalitate vſque adeò ſibimet gratulatur, ac geſtit in ſinu, vt ſi mei Parens, eaq; amantiſſima, veſtri certè addictiſſima, atq; obſequentiſſima Filia nuncupari ab omnibus meritò poſſit. Verùm hic ſtatim Jlluſtriſſimam Excellentiam Tuam præferire abſciſſiſsimè iubeor; cuius ingens animi moderatio, nulloque illita fuco Virtus propriarum ſilentium imperat laudum; quin nec ſatis encomio eam cumulat Hiſpaniarum Regia, facundiſſimum Venetæ Reipublicæ Oratorem Petrum Baſadonna *excipiens; Brixiana Pretura ferreæ inter regionis viſcera aureis eundem exhibens moribus comendatiſſimum; Venetus Sexuirorum, ſeu Magnorum Sapientum conſeſſus verè* Petrum, *hoc eſt, rerum publicarum firmiſſimum Columen vnicè complexus; Primus à Principe locus prudentiſſimum efferens Conſiliarium; Roma demum aurea, vt olim erat in Beroſi ore, Legatum eloquentiſsimum lingua quamprimum admiratura. At verò* Baſadonnæ *in nos cunctos Familiæ beneficentiam, qui omnem vltra extulit metam,* Ioannem *Excellentiæ Tuæ fortunatiſsimum Patruum inſcitiſsimè iuxta, atq; ingratiſsimè omitterem, qui difficiliores Dominij Vrbis vigilantiſsimus Rector, omnia penè Senatus munia quotidianis repetens Purpuris cunctos attigit, quibus ſit inhiandum potiores Gloriæ titulos. Nùm porrò infinitam erga Excellentiam Tuam debitorum meorum enumerationem eximiè concluderint* Illuſtriſſimi & Excellentiſſimi D. D. Hieronymus, Ioannes, & Antonius *Fratrum tuorum felicisſima Trias, qui aureo Fraterni Equitatus ornamento*

Sena-

Senatorias Purpuras ſociantes, quatuor veluti domeſtica Gloriæ rotis Adriaticæ Currum fęlicitatis in triumphum agunt. His omnibus qualiſcunq; huiuſce opellæ nuncupatione, & mei, & Religionis totius obſeruantiam, ac nunquam intermorituram recordationem teſtatiſſimam volo; Tuæ autem potiſſimum Excellentiæ; cui cum multis alijs, tum hoc præcipuè nomine inſcribi, dicarique Matheſeos opus par erat, vt non niſi Quadratiſſimi, omniumque diſciplinarum callentiſſimi Herois manibus tereretur. Excipe illud ergo, Eques Excellentiſſime, qua omnia ſoles, ſuauiſſima fronte: nec dedignare munus, quod ſi à Mathematicis circulis perfectionem nullam, grati certè animi, obſequijque ab iiſdem æternitatem pollicetur. Nimirum benigniſſima Patrocinij vmbra illuſtratum ab omni ipſum teget diſcrimine Petrus Baſadonna, *qui vt Donorum omnium, ita & libelli huiuſce, vt ſupplex deprecor, erit ſolidiſſima Baſis. Valeas ſublimioribus Purpuris, amęnioribus Muſis, Patriæque Sereniſſimæ meliori Æuo. Iterum Valeas.*

LE-

Digitized by Google

LECTORI
BENEVOLO.

OBſtupeſces fortaſſe Lector, ſeriem, progreſſumque noſtrarum elucubrationum mente obuoluendo. Breui etenim menſium interuallo tres libellos euulgauimus: nimirum, *De Infinitis Parabolis &c*; *Miſcellaneum Hyperbolicum, & Parabolicum*; *Et Miſcellaneum præſens*; doctrinas enucleantes, quæ vnico potuiſſent volumine comprehendi. Ità eſſe liberè fatemur, ac ſic eueniſſet, ſi tamen omnia nobis eodem occurriſſent tempore. Verùm ſucceſſiuè nugas haſce geometricas contemplati fuimus; vicibus ergo diuerſis tibi ipſas communicauimus. Excipe eas, & forſan, (dummodò rebus geometricis delecteris) non futilem ex eis capies voluptatem.

Sed

Digitized by Google

Sed amabò leuiter geometria imbutus noli ad illarum lectionem accedere:cuiuſcunque namque indolis extent,lectores res geometricas peroptimè callentes requirunt, non verò qui geometriam vìx à limine ſalutarint. Si vtilitatem ſordidam quæris, ab ipſis abſtine: quandoque in rebus geometricis, ac ſublimibus honeſtum, delectabile,& vtile decoroſum fulgent equidem, aſt vtile turpe locum non obtinet. Alia expecta. Vale.

Nol

Digitized by Google

Noi Riformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo oſſeruato per fede del P. Inquiſitore non eſſerui nel Libro intitolato Miſcellaneum Geometricum del Pad. F. Steffano de Angelis coſa contro la Santa Fede, e parimente per atteſtato dal Segretario noſtro niente contro Prencipi, ò buoni coſtumi, concedemo licenza, che poſſi eſſere ſtampato, douendo oſſeruarſi gl'ordini, & eſſerne preſentate due copie per le preſente Librarie di Padoa, e di queſta Città.

Dat. dal Magiſt. noſtro li 21. Marzo 1660.

Zuanne Donado Ref.
Nicolo Capello Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.

Facultas Reuerendiſsimi Patris Generalis.

Laudetur Ieſus Chriſtus.

OPus inſcriptum, *Miſcellaneum Geometricum*. compoſitum ab Admodum Reuer. P. Stephano de Angelis Veneto Profeſſo Noſtri Ordinis Ieſuatorum, ac in Prouincia Veneta Definitore, concedimus Typis demandari, dummodo habeat neceſſarias licentias, & approbationes, quę de iure ſunt neceſſarię &c. In quorum fidem preſentes manu propria ſubſcripſimus, ac proprio Noſtri Officij ſigillo muniuimus.

Datum Brixię in Noſtro Monaſterio Corporis Chriſti, die 26. Ianuarij 1660.

Fr. Antonius Nouellus Gen. Ieſuat.

Locus Sigilli.

Digitized by Google

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS PRIMA.

IN QVA PRÆCIPVE AGITVR de menſura, & centro grauitatis quorundam ſolidorum à Geometria nondum conſideratorum.

PROPOSITIO PRIMA.

Si quodlibet ſolidum rotundum circa axim, ſecetur plano æquidiſtanter axi, erecto figuræ genitrici ſolidi. Annulus latus ex reuolutione partis figuræ genitricis, abſciſſæ à plano ſecante, nec terminata ad axim, circa axim, erit æqualis ſolido rotundo, orto ex dimidia figura, genita à plano ſecante; reuoluta circa communem ſectionem plani ſecantis, & figuræ genitricis ſolidi; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

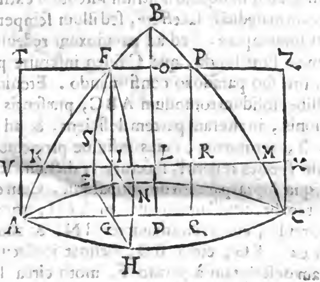
PRæſens propoſitio deſumitur ex Torricellio in appendice de dimenſione cochleæ, lem. pri. Eſto ergo ſolidum quodlibet rotundum ABC, circa

axim B D; quod intelligatur ſectum plano F F H, æquidiſtanter axi B D, & erecto ad figuram genetricem A B D; & intelligamus ſemifiguram G F H, rotari circa F G, ac genitum eſſe ſolidum E F H. Dico hoc, æquale eſſe annulo lato, orto ex A F G, reuoluta circa B D; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. In F G; ſumatur arbitrariè, punctum I, per quod & per puncta K, N, M, intelligatur tranſire aliud planum, plano A E C H, parallelum. Ergo hoc erit circulus, ac proinde, puncta K, N, M, erunt in ſemicirculi periphæria, cuius diameter eſt k M. Erit ergo quadratum I N, æquale rectangulo K I M. Pariterque, armilla circularis k I M, genita ex reuolutione k I, circa O D, erit æqualis circulo, cuius ſemidiameter I N, nempe circulo facto in ſolido E F H, à plano ſecante. Sed hoc verum erit, vbicunque fuerit acceptum punctum I. Ergo omnes armillæ ſimul ſolidi ex A F G, circa B D, æquales erunt omnibus circulis ſolidi E F H. Ergo ſolidum erit æquale ſolido ipſo. Quod vero oſtenſum eſt de totis ſolidis, patet, eodem modo, verificari de partibus proportionalibus; v. g. de partibus interceptis inter plana k N M, A E C H. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

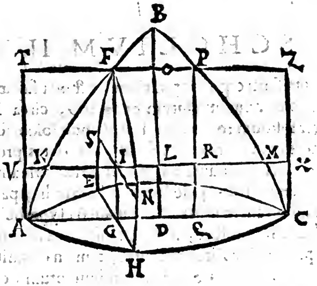
Supradicta propoſitio, in tali vniuerſalitate propoſita,

poſita, non videtur probationem recipere poſſe, niſi incomparabili methodo indiuiſibilium. In ſolidis vero particularibus, etiam infinitis, & quidem infinitis modis diuerſificatis, poterit comprobari methodo antiquorum per inſcriptionem tuborum cylindricorum in annulo, & cylindrorum in ſolido. Hæc vtique expertis geometris nimis ſunt obuia; quare ad alia tranſeamus. Sed ante cætera præmittamus



diſcurſum circa Galilei paradoxum, quod habet in poſtremis dialogis pag. apud nos, 28, vbi nititur probare circuli circumferentiam æqualem fore puncto. De quo paradoxo, verba fecimus & nos in pluribus locis tractatuum illorum, quos euulgauimus; in qui-

bus veſtigia Galilei ſequentes, ac dumtaxat ſolida variantes, idem ſequi, diſcurrebamus. At in ſcholio 2. propoſit. 30. Miſcellanei noſtri hyperbolici, & parabolici, manifeſtauimus diſcurſum Galilei, & conſequenter noſtros, haud geometricos fore, ſed phyſicos ſolummodo. Viſum fuit amico noſtro de geometria benemerito, nos rigorosè nimis Galileum obiurgaſſe, adhibendo verba paralogiſmi, ac erronei diſcurſus, vt loco citato licet intueri. Quare teſtamur Deum, nunquam noſtrum intentum extitiſſe, Galileum maledictis laceſſere, ſed illum ſemper venerari ſummoperè. Sed ad paradoxum redeuntes, innumera ſunt ſolida, quæ Galileo inſeruire poterant, pro ſuo paradoxo confirmando. Etenim, ſi quodlibet ſolidum rotundum ABC, præſentis propoſitionis, in alteram partem deficiens, & ad punctum B, terminans, cuius infinitæ propemodum poſſunt ſpecies reperiri, ſecetur, vt dictum eſt, & fiant, quæ ſupra, paradoxum probabitur. Cum enim probatum ſit, armillam circularem kIM, æqualem fore circulo, cuius ſemidiameter IN, & cum annulus ex AFG, circa BD, deſinat in circumferentiam deſcriptam à puncto F, moto circa BD, & ſolidum EFH, deſinat in F; patebit iuxta Galilei diſcurſum, illam circumferentiam æqualem ſore puncto F. Imo, patebit id, quod minimè patuit, nec in Galilei diſcurſu, nec in noſtris aliàs habitis. Semper enim vertex ſolidi, qui oſtendebatur æqualis circumferentiæ, erat quid diuerſum ab ipſa circum-



circumferentia, nam ſemper erat centrum ipſius; at in præſenti, F, vertex ſolidi E F H, videtur idem eſſe cum F, puncto, à quo deſcribitur circumferentia circa B D, ſibi ipſi æqualis. Quare videtur concludendum, vnicum punctum circumferentiæ, æquale fore toti circumferentiæ. Sed quæſo non allucinetur lector, quin attentè conſideret, phyſicè loquendo, illa puncta F, diuerſiſſima eſſe ab inuicem. Nam F, prout eſt vertex phyſicus ſolidi E F H, occupat geometricè corpuſculum quodam ipſius, cuius vna medietas vergit in cauam partem annuli, nec circumferentiam à puncto F, circa B D, deſcriptam, ingreditur. His per tranſennam veluti, expli-

explicatis, progrediamur ad finem principaliter intentum.

SCHOLIVM II.

In præſenti ergo propoſitione, oſtenſa fuit æqualitas, inter annulum latum ex AFG, circa BD, & inter ſolidum rotundum EFH, non ſolum ſecundum totum, verum etiam ſecundum partes proportionales. Attentè autem conſideranti doctrinam traditam in noſtro lib. 4. de Infinitis Parabolis, paſſimque adhibitam in noſtro Miſcellaneo Hyperbolico, &c. facile innoteſcet, ſolida prædicta, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare etiam palam ei fiet ex propoſit. 13. lib. 4. centra grauitatis horum ſolidorum, eodem pacto ſecare OD, FG. (ſuppoſita OD, æquali FG) Dato ergo centro grauitatis alterius horum ſolidorum, ſtatim elicietur centrum grauitatis etiam alterius; & hoc ſemper.

SCHOLIVM III.

Sed non minus eſt attentè conſideranda, ac memoriæ commendanda ſequens doctrina. Figuræ AFOD, intelligamus circumſcriptum rectangulum TD, ſicuti figuræ AFG, ſit circumſcriptum rectan-

rectangulum T G, intelligamuſque hæc rectangula rotari circa O D. Patet manifeſtè, ex rotatione rectanguli T D, genitum eſſe cylindrum T C, ex rotatione verò rectanguli T G, generari tubum cylindricum T G Z; ſi ergo intellexerimus planum E F H, prius ductum, ac ſecans ſolidum A B C, extendi hinc inde, vſque dum ſecet cylindrum, (quod tamen ſchemate non exprimimus, ad euitandam confuſionem) patebit planum ſecans talem cylindrum, eſſe parallelogrammum circumſcriptum figuræ E F H, ac ex rotatione ipſius dimidij circa F G, genitum eſſe cylindrum ſtringentem ſolidum itidem E F H. Iſte cylindrus circumſcriptus, vigore præſentis propoſitionis, æquatur tubo cylindrico T G Z, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Cum ergo etiam annulus latus ex A F G, circa B D, ſit æqualis ſolido rotundo E F H; ſequitur, quam proportionem habet tubus cylindricus T G Z, ad annulum ex A F G, circa B D, eandem habere cylindrum ſtringentem ſolidum E F H, ad ipſum. Data ergo ratione, vel tubi cylindrici, ad annulum, vel cylindri ad ſolidum E F H, quæcunque illa ſit, quæ detur, ſtatim habebitur alia ratio data.

Ex doctrina ergo præſenti, maiori, qua nobis licuit, diligentia explicata conabimur impoſterum colligere menſuram, & centra grauitatis quorundam ſolidorum, interque erunt nonnulla, de quibus nullus geometra pertractauit. Porrò prius animaduertetur,

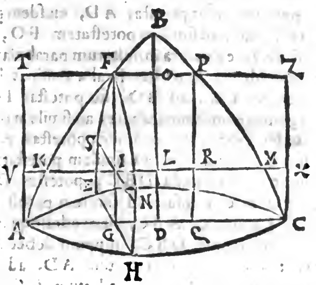
retur, nos in hoc opuſculo, adducturos citationes noſtrorum librorum de infinitis parabolis, miſcellanei noſtri hyperbolici, & parabolici, & operis præſentis. Dum citabimus libros de infinitis parabolis, adducemus tantum propoſitionem, & librum. V.g. ex propoſ. 20. lib. pri. Dum citabimus miſcellaneum, dicemus ex propoſitione tali miſcellanei. v. g. ex propoſit. 20. miſcel. Dum denique nominabimus præſens opus, dicemus abſolutè ex propoſitione tali. V.g. ex prop. 20. ſi erit eiuſdem partis, at ſi erit alterius, hoc etiam exprimemus. V.g. ex prop. 20. pri. part.

PROPOSITIO II.

Si quodlibet conoides parabolicum, cuius exponens ſit numerus par, ſecetur vt in ant. propoſit. & annulo illi, ſit circumſcriptus tubus cylindricus; exponaturque portio parabolæ cuius axis ſit æqualis axi conoidis, & cuius exponens, ſit ſubduplus exponentis conoidis, reſecta linea axi parallela, quæ ſit æqualis axi annuli, cui etiam ſit circumſcriptum rectangulum. Tubus cylindricus circumſcriptus annulo, erit ad ipſum, vt rectangulum circumſcriptum portioni, ad ipſam, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

SOlidum ergo ABC, antecedentis propoſit. ſit quodlibet conoides parabolicum, cuius exponens ſit numerus par, ſitque ſectum vt ſupra; & annulo ex portione AFG, circa BD, ſit circumſcri-

ptus

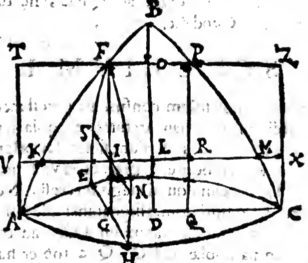


ptus tubus cylindricus T G Z. Supponamus etiam D B C, nobis repræſentare aliam ſemiparabolam, cuius numerus exponens ſit ſubduplus exponentis conoidis A B C, quæ ſemiparabola D B C, ſit ſecta linea Q P, parallela axi B D, & æquali O D, axi annuli ex A F G; ſitque ei circumſcriptum rectangulum Q Z. Aſſero, tubum cylindricum T G Z, eſſe ad annulum ex A F G, circa B D, vt rectangulum Q Z, ad portionem Q P C, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Sumatur in O D, arbitrariè punctum L, per quod intelligamus in ſolidis tranſire planum V X, parallelum baſi A E C H, in planis verò L X, paralle-

B lam

lam lineæ DC. Quoniam, in parabola ABC, genitrice conoidis, eſt vt poteſtas AD, eiuſdem gradus cum conoide, ad ſimilem poteſtatem FO, ſic DB, ad BO; ex natura infinitarum parabolarum explicata in lib. pri. & pariter in alia ſemiparabola DBC, eſt vt DB, ad BO, ſic poteſtas DC, eiuſdem gradus cum ſemiparabola, ad ſimilem poteſtatem OP; ergo & vt in conoide, poteſtas AD, eiuſdem gradus cum ipſo, ad ſimilem poteſtatem FO, ſic in ſemiparabola DBC, poteſtas DC, eiuſdem gradus cum ipſa, ad ſimilem poteſtatem OP. V.g ſi conoides ABC, ſit quadratoquadraticum, ſemiparabola DBC, ſupponi debet quadratica: vt ergo quadratoquadratum AD, ad quadratoquadratum FO, ſic quadratum DC, ad quadratum OP. Cum ergo ex hypotheſi, exponens conoidis, ſupponatur duplus exponentis ſemiparabolæ, congruenti modo ſubmultiplicando terminos, termini vltimi erunt proportionales; nempe erit vt quadratum AD, ad quadratum FO, ſeu GD, ſic DC, linea, ad lineam OP, ſeu DQ. Ergo & per conuerſionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum AGC, ad quadratum AD, vt QC, ad DC. Pariter, non diſſimili modo, probabimus, eſſe quadratum AD, ad quadratum KL, vt DC, ad LM. Quare, cum probatum ſit, etiam eſſe quadratum AD, ad quadratum FO, ſeu IL, vt DC, ad OP, ſeu LR; erit etiam & vt quadratum AD, ad differentiam quadratorum KL,

LI,



LI (nempe ad rectangulum KIM) ſic DC, ad differentiam ipſarum LM, LR (nempe ad RM). Sed etiam probatum eſt, rectangulum AGC, eſſe ad quadratum AD, vt QC, ad CD. Ergo ex æquali, erit rectangulum AGC, ſeu rectangulum VIX, ad rectangulum kIM, vt QC, ſeu XR, ad RM. Ergo & vt armilla circularis VIX, ad armillam circularem KIM, ſic RX, ad RM. Cum verò punctum L, ſumptum fuerit arbitrariè, erunt omnes lineæ parallelogrammi QZ, parallelæ QC, ad omnes lineas portionis QPC, itidem parallelas QC, vt omnes armillæ tubi cylindrici TGZ, parallelæ armillæ AGC, ad omnes armillas annuli

Sit BO = m.
AO = n.
fG = x
GH = y
Erit BO = m − x
Of = √(nn − yy)
Cumque fB curva sit nota inueniatur ejus equatio posita BO = m − x, et fO = √(nn − yy) ipsa namque dabit quaestionem pro fHH curua, ut patet. et hoc uniuersaliter pro omnibus excogitabilibus curuis

ex AFG, circa BD, itidem parallelas AGC. Et conſequenter vt QZ, ad QPC, ſic tubus, ad annulum. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Propoſitio non ſolum confirmari poteſt methodo indiuiſibilium, ſed etiam archimedea; quia in ſupradictis magnitudinibus, poſſunt fieri inſcriptiones figurarum, vt mediocriter in geometria verſatis, patebit. Sed adnotetur, quod magis intereſt. Nempe, in propoſit. 15. libri prim. aſſignatam fuiſſe rationem, quam habet parallelogrammum QZ, ad omnem portionem parabolæ QPC. Quapropter habebimus etiam rationem, quam habet tubus TGZ, ad prædictum annulum. Particularius etiam tenebimus, quod, cum ſuppoſito ABC, conoide parabolico quadratico, QPC, ſit triangulum, cuius duplum eſt parallelogrammum QZ; tenebimus etiam, tubum TGZ, ſemper, in illo conoide, duplum fore præfati annuli. Sicuti ergo, cylindrus circumſcriptus toti conoidi ABC, parabolico quadratico, eſt ipſius duplus, vt conſtat ex Archimede in lib. de conoid & ſphæroid. prop. 23. & vt nos demonſtrauimus pluribus vicibus in noſtris operibus, præſertim propoſit. 15. lib. 2. ſic tubus TGZ. circumſcriptus annulo ex qualibet portione minori AFG, ſeruat talem ordinem, vt ſit illius duplus.

Pariter eliciemus, conſequenter ad ſæpe ſæpius

repetita,

repetita, & in lib. 4. & in miſcellaneo, & etiam in propoſit. antec. annulum prædictum, & portionem QPC, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare, OD, PQ, ſecabuntur æqualiter, illa à centro grauitatis annuli, hæc vero à centro æquilibrij portionis, aſſignato in PQ, axi BD, parallela. Cum ergo in propoſ. 15. lib. 3. fuerit aſſignatum centrum æquilibrij in PQ, cuiuslibet portionis minoris cuiuſcunque parabolæ, habebimus etiam centrum grauitatis in OD, prædicti annuli. Particulariùs itidem, cum ſuppoſito ABC, conoide parabolico quadratico, ſit QPC, triangulum; ac proinde, eius centrum æquilibrij ſecet QP, v.g. in R, vt PR, ſit dupla RQ; ſic etiam centrum grauitatis annuli prædicti, ſecabit OD, v.g. in L, vt OL, ſit dupla LD. Cum verò, in eadem proportione ſecetur etiam BD, à centro grauitatis conoidis quadratici ABC, vt oſtenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4. propoſit. 14; ſequitur, conoides parabolicum quadraticum, & omnes ſuos annulos, ſimilem ſeruare tenorem.

SCHOLIVM II.

Sed cum intellecto, vt ſupra, ſolido rotundo EFH, cum ſibi circumſcripto cylindro, ſit hic ad ſolidum, vt tubus TGZ, ad annulum; ſequitur nos habere

ratio-

rationem talis cylindri, ad ſolidum EFH, Et cum ſolidum EFH, ſit proportionaliter analogum cum annulo; ſequitur in FG, nos habere centrum grauitatis ſolidi EFH. Sed particularius in parabola quadratica habebimus, cylindrum, duplum eſſe ſolidi EFH; & FG, ſic ſecari v. g. ab I, centro grauitatis, vt FI, ſit dupla IG. Sic autem eſſe, neceſſe eſt; quia EFH, eſt vera parabola quadratica. Nam, ducta IN, parallela GH, iam probatum fuit, rectangulum AGC, nempe quadratum GH, eſſe ad rectangulum kIM, nempe ad quadratum IN, vt QC, ad RM, nempe vt QP, ad PR (quia QPC, eſt triangulum); nempe vt GF, ad FI. Eſt ergo EFH, vera parabola quadratica ex primi conici propoſit. 20. Quare patet, quod ſecto conoide parabolico quadratico, plano erecto parabolæ genitrici ABC, & æquidiſtanter axi, ſeu per ſectio EFH, erit parabola quadratica.

Sciſcitanti autem, an hoc verificetur etiam in alijs conoidibus; nempe, an & ipſis ſectis prædicto modo, ſectiones ſint parabolæ. Reſpondebitur negatiuè. Quod quidem ſi experietur, facilè comperiet. Nobis autem ſufficiat, eum remittere ad Apollonium pri. coni. propoſit. 12. vbi ait, quod ſi conus, qui eſt primum conoides, ſecetur prædicto modo, ſectio non erit triangulum, ſed hyperbola. Benè quidem infra oſtendemus, ad pleniorem ſcientiam, quod ſi conoides hyperbolicum ſic ſecetur, ſectio erit hyperbola. Et pariter, quod ſi ſphæra, & ſphæroides dicto

ᵭo modo ſecentur, ſectiones erunt, in ſphæra quidem circulus, in ſphæroide vero ellipſis. Sed ad conoidea parabolica redeamus.

In quibus, non modo ea, quæ dicta ſunt, verificantur, ſed etiam, quod cum annulus ex AFG, & ſolidum EFH, ſint magnitudines proportionaliter analogæ, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; in conoide parabolico quadratico, traiecto plano VX, parallelo AC; habebimus, & rationem tubi cylindrici VGX, ad portionem annuli, quam includit, & in DL, centrum grauitatis talis portionis annuli. Rationem tubi VGX, ad ſegmentum annuli, habebimus ex ſchol. 2. propoſ. 15. lib. 2. centrum vero grauitatis, habebimus ex ſchol. propoſit. 15. lib. 4. Colligemus enim ex dicto ſcholio, tale centrum, ſic ſecare IG, vt pars ad I, terminata, ſit ad partem terminatam ad G, vt duplum rectangulum AGC, cum rectangulo KIM, ad rectangulum duplum kIM, cum rectangulo AGC.

Imo colligemus ex eodem ſcholio, tale centrum grauitatis, ſic ſecare mediam tertiam partem IG, vt pars propinquior I, ſit ad partem G, proximiorem, vt rectangulum AGC, ad rectangulum kIM.

SCHOLIVM III.

Rationem tubi TGZ, ad annulum ex portione AFG, circa BD, & conſequenter cylindri ad ſolidum EFH, quod includit, poſſumus habere ex aliàs

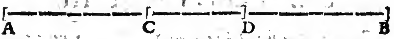
à nobis

à nobis dictis, alio modo, & quidem vniuerſaliter in quocunque conoide parabolico. Nam, cum ex hypotheſi, dentur tam A D, quam F O, ſeu G D; facile etiam patebit, dari rationem rectanguli A G C, ad quadratum A D; nempe armillæ A G C, ad circulum A E C H; nempe tubi T G Z, ad cylindrum T C. Cum verò ex ſchol. 2. propoſit. 15. lib. 2. detur etiam ratio cylindri T C, ad ſegmentum conoidale A F P C; dabitur etiam ex æquali, ratio tubi T G Z, ad ſegmentum A F P C. Sed & tubi ad cylindrum F Q. Ergo & tubi ad annulum.

Item ex ſchol. propoſit. 15. lib. 4. facile eliciemus, alio modo, centrum grauitatis annuli prædicti, ſed cuius exponens ſit numerus par. Nam, ex dicto ſcholio, habetur centrum fruſti conoidalis A F P C. Habetur etiam centrum cylindri F Q. Ratio annuli ad cylindrum F Q, non ignoratur. Ergo habebitur centrum prædicti annuli.

PROPOSITIO III.

Si recta A B, ſit ſecta in punctis C, D. Rectangulum ſub compoſita ex A B, & ex C D, & ſub B D, erit exceſſus rectanguli A B C, ſupra rectangulum A D C.



NAm rectangulum A B C, diuiditur in rectangulum A B D, & in rectangulum A B, C D. Item

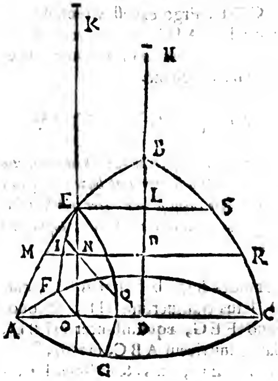
Item rectangulum A B, C D, diuiditur in rectangula A D C, C D B. Ergo exceſſus rectanguli A B C, ſupra rectangulum A D C, erunt rectangula A B D, C D B; nempe rectangulum ſub compoſita ex A B, C D, & ex D B. Quod &c.

PROPOSITIO IV.

Si conoides hyperbolicum ſecetur vt in antecedentibus propoſitionibus. Sectio ſemper erit hyperbola, cuius latus tranſuerſum, erit compoſita ex latere tranſuerſo conoidis, & ex duplo exceſſu diametri conoidis, ſupra diametrum ſectionis.

ESto conoides hyperbolicum A B C, cuius axis B D, latus tranſuerſum H B, & conoides ſit ſectum plano F E G, æquidiſtanter axi B D, & ad hyperbolam genitricem A B C, erecto, ſitque huius plani ſecantis, E O, axis, & ſit linea k E, æqualis compoſitæ ex H B, & ex dupla BL, exceſſu B D, ſupra E O. Dico figuram F E G, eſſe hyperbolam, cuius latus tranſuerſum k E. Ducatur in hyperbola A B C, genitrice conoidis, E L S, parallela A C, & ſumpto in E O, arbitrariè puncto N, ducantur M N P R, parallela A D, & N Q, parallela O G. Quoniam ex prim. conic. prop. 21. eſt quadratum A D, ad quadratum E L, ſeu O D, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H L B; ergò & per conuerſionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum

C A O C,



A O C, ad quadratum A D, vt exceſſus rectanguli H D B, ſupra rectangulum H L B, ad rectangulum H D B; nempe ex propoſit. antec. vt rectangulum ſub compoſita ex H D, & ex B L, & ſub L D (nempe rectangulum K O E) ad rectangulum H D B. Rurſum, eſt quadratum A D, ad quadratum M P, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H P B: ſed erat etiam quadratum A D, ad quadratum F L, ſeu N P, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H L B;

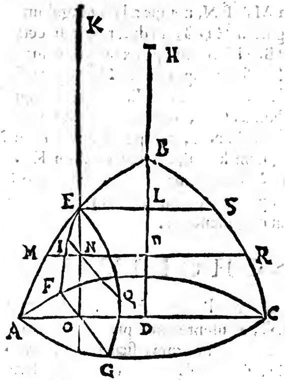
ergo

ergo erit idem quadratum AD, ad differentiam quadratorum MP, PN, nempe ad rectangulum MNR, vt rectangulum HDB, ad differentiam rectangulorum, HPB, HLB; nempe ex propoſit. anteced. ad rectangulum ſub compoſita ex HP, BL, & ſub PL; nempe ad rectangulum kNE. Quare ex æquali, erit rectangulum AOC, nempe quadratum OG, ad rectangulum MNR, nempe ad quadratum NQ, vt rectangulum kOE, ad rectangulum KNF. Sed punctum N, ſumptum fuit arbitrariè; ergo FEG, erit vera hyperbola, cuius latus tranſuerſum kE. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM I.

Ex figura intelligamus fieri conoides hyperbolicum FEG, & mente concipiamus ipſi circumſcriptum eſſe ſuum cylindrum, ſicuti annulo ex AEO, circa BD, ſuum tubum cylindricum. Patebit ex ſupra dictis, tubum ad annulum, & cylindrum ad conoides, habere eandem rationem. Quare ex propoſit. 5. 7. & 11. miſcell. patebit, tubum cylindricum, eſſe ad annulum, vt KO, ad dimidiam KE, vna cum tertia parte EO.

Inſuper ex ſuperioribus patebit, annulum, & conoides FEG, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Patebit ergo etiam centrum grauitatis annu-



li in L D. Hoc autem, vel ex propoſit. 13. miſcell. ita diuidet duodecimam partem L D, ordine quartam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt dimidia k E, ad tertiam partem E O, ſeu L D. Vel ex propoſ. 14. eiuſdem miſcell. ita diuidet quartam partem L D, ordine ſecundam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt ſexta pars k E, ad tertiam partem k O. Vel tandem ex propoſit. 44. eiuſdem operis, ità diuidit L D, vt pars terminata

ad

ad L, ſit ad reliquam, vt k E, cum ſubſeſquitertia EO, ſeù L D, ad dimidiam k E, cum quarta parte L D.

SCHOLIVM II.

Sed cum prædictus annulus, & ſolidum F E G, ſint quantitates proportionaliter analogæ, non tantùm ſecundum totum, ſed etiam ſecundum partes proportionales; ſequitur, partem annuli ortam v. g. ex rotatione figuræ A M N O, circa B D, eſſe proportionaliter analogam cum parte ſolidi ortam ex rotatione ONQG, circa E O. Pars ergo tubi cylindrici circumſcripti parti annuli ex figura A M N O, erit ad ipſum, vt cylindrus circumſcriptus fruſto conoidi ex ONQG, ad ipſum. Ex propoſit. ergo 15. miſcell. erit prædicta pars tubi cylindrici, ad prædictam partem annuli, vt rectangulum K O E, ad rectangulum k O, E N, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia K E, & ex tertia parte O N, & ſub tertia parte O N. Item ex propoſit. 17. cit. miſcell. habebimus in P D, centrum grauitatis fruſti annuli ex ſegmento A M N O, circa B D.

PROPOSITIO V.

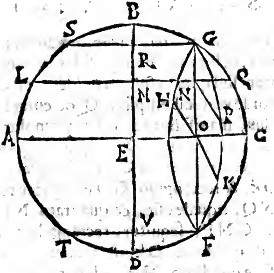
Si ſphæra, & ſphæroides ſecentur vt in antecedentibus propoſitionibus. Sectiones erunt vel circulus, vel ellipſis.

Eſto

Digitized by Google

ESto ſphæra, & ſphæroides, quorum axes B D, figuræ genitrices A B C D, centrum E, & hæc ſolida ſint ſecta plano H G K F, vt ſupra. Dico, planum H G K F, eſſe vel circulum, vel ellipſim. Secetur G F, bifariam in O, & per puncta O, E, ducatur axis coniugata A E O C, à puncto vero O, excitetur in ſemifigura G k F, linea O k, normalis G F, ſumptoque in G F, quolibet puncto N, ducantur L M N Q, N P, parallelæ A C, O k; item per puncta G, F, ducantur S R G, T V F, parallelæ A C. Quoniam ex hypotheſi, A B C D, eſt vel circulus, vel ellipſis, ergo ex prim. conic. propoſ. 21. erit quadratum E C, ad quadratum R G, ſeu E O, vt rectangulum D E B, ad rectangulum DRB. Et per conuerſionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum A O C, ad quadratum E C, vt quadratum R E, ad rectangulum D E B. Rurſum, propter eandem rationem, eſt & vt quadratum E C, ad quadratum M Q, ſic rectangulum D E B, ad rectangulum D M B; & erat vt quadratum E C, ad quadratum R G, ſeu M N, ſic rectangulum D E B, ad rectangulum D R B; ergo erit etiam vt quadratum E C, ad differentiam quadratorum M Q, M N, nempe ad rectangulum L N Q, ſic rectangulum DEB, ad differentiam rectangulorum DMB, DRB, nempe ad rectangulum V M R (rectangulum enim D M B, diuiditur in rectangula D M, R B; D M R; & rectangulum D M R, diuiditur in rectangula V M R, & D V, M R, ſeu B R M; quod cum

BR,



BR, MD, facit BRD). Porrò ſupra probatum fuit, rectangulum AOC, eſſe ad quadratum EC, vt quadratum RE, ad rectangulum DRB. Ergo ex æquali, erit vt rectangulum AOC, ad rectangulum LNQ, ſic quadratum RE, ſeu rectangulum REV, ad rectangulum VMR. Sed quadratum Ok, eſt æquale rectangulo AOC, ſicuti quadratum NP, æquatur rectangulo LNQ. Ergo & vt rectangulum VER, ſeu FOG, ad rectangulum VMR, ſeu FNG, ſic quadratum Ok, ad quadratum NP. Sed punctum N, ſumptum fuit arbitrariè; ergo figura HGkF, erit vel circulus, vel ellipſis. Quod &c.

SCHO-

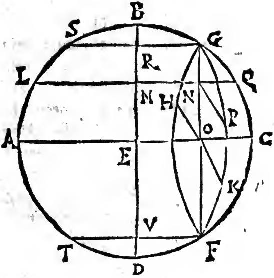
SCHOLIVM I.

Diximus autem, ſectionem prædictam eſſe vel circulum, vel ellipſim, non quaſi hoc verificetur indifferenter; ſed quia in ſphæra quidem, eſt circulus, in ſphæroide vero eſt ellipſis. Quod enim in ſphæra ſit circulus, manifeſtatum fuit à quamplurimis, & quidem facile oſtendi poteſt. Quia cum paruo labore pateat, rectangulum AOC, eſſe æquale, & quadrato Ok, & rectangulo GOF, pariter rectangulum LNQ, æquale eſſe, & quadrato NP, & rectangulo GNF; ſequitur, rectangulum FOG, eſſe æquale quadrato Ok, & rectangulum FNG, æquale fore quadrato NP. Idemque oſtenderetur de alijs; quare ex Pappo lemmate 2. ſuper prim. conic. HGkF, erit perfectus circulus in ſphæra. In ſphæroide vero non eſt circulus, quia licet rectangulum AOC, ſit æquale quadrato OK, non tamen eſt æquale rectangulo FOG. Idem intelligatur de cæteris.

SCHOLIVM II.

Sed vt proprius ad noſtrum inſtitutum accedamus, facile ex ſuperioribus adnotabimus, quod ſi tam ſegmento ſphæræ, vel ſphæroidis TASGCF, quam ſphæræ vel ſphæroidi HGkF, orto ex ſemifigura GkF, circa GF, reuoluta, intellexerimus

cir-



circumſcriptos cylindros; facile inquam adnotabimus, tubum cylindricum circumſcriptum annulo ex portione GCF, circa BD, reuoluta, eſſe ad ipſum, vt cylindrus ſolido HGkF, circumſcriptus, ad ipſum. Quapropter ex propoſit. 9. lib. 4. poſſumus elicere proportiones variorum ſegmentorum prædicti tubi, ad varia ſegmenta prædicti annuli. In primis enim eliciemus, quod ſi ABC, ſit hemiſphærium, vel hemiſphæroides, ſemper tubus cylindricus circumſcriptus annulo ex OGC, circa BD, erit annuli ſeſquialter. Quod vtique videtur pulcherrimum. Pariter eliciemus rationem partis tubi, ad partem annuli ex NGQ, quam ſtringit. Item rationem correſpondentis portionis tubi, ad annulum ex

ſegmento NQF. Item rationem tubi correſpondentis, ad ſegmentum annuli ex NQCO. Quod ſi intellexerimus inter plana LQ, AC, traici aliud, planum ſecans omnia ſolida; eliciemus etiam rationem partis tubi, ad hoc ſegmentum annuli contenti inter planum ductum, & planum LQ. Sed ſi intellexerimus dictum planum traici inter plana TF, AC; eliciemus rationem partis tubi ad ſegmentum intermedium annuli, contentum itidem inter planum ductum, & planum LQ. Pro horum maiori intelligentia, inſpiciatur ſupradicta propoſitio, quia ex ipſa clarius, & iucundus dicta percipientur.

Sed non ſolum hæc, ſed etiam facile eliciemus ex ſuperioribus, annulum prædictum, & ſolidum HGkF, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Cum vero in propoſit. 20. lib. 4. aſſignauerimus centra grauitatis variorum ſegmentorum ſphæræ, vel ſphæroidis; conſequenter habebimus in RV, centra grauitatis omnium ſupradictorum ſegmentorum prædicti annuli. Hæc videantur in cit. propoſit. ſolum enim adnotabimus, ſcitu pulcherrimum; nempe, centrum grauitatis annuli ex OGC, ſemper ſic ſecare RE, vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad E, vt 5. ad 3. Quo modo ſecatur BE, à centro grauitatis hemiſphærij, ſeu hemiſphæroidis.

Antequam etiam ad alia tranſeamus, adnotetur,

magni-

magnitudinibus proportionaliter analogis, de quibus actum eſt varijs in locis, ſed præcipuè in ſchol. 3. prop. 26. & in ſchol. 2. prop. 45. miſcell. addi etiam annulum prædictum.

PROPOSITIO VI.

Si qualibet figura circa diametrum voluatur circa parallelam diametro, ductam vel per extremitatem baſis, vel extra baſum. Annulus latus ex ſemifigura exteriori, erit æqualis tribus ſolidis, quorum duo ſint, quæ oriuntur ex reuolutione ſemifiguræ circa diametrum, aliud ex reuolutione eiuſdem vel circa parallelam diametro ductam per extremitatem ſuæ baſis, vel extra; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

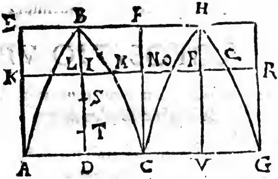
HÆc propoſitio facile intelligetur ex propoſit. 30. miſcell. Sit ergo quælibet figura A B C, circa diametrum BD, quæ rotetur vel circa FC, parallelam DB, ductam per punctum C, vt in prim. fig. vel per TS, vt in ſecundo ſchemate. Dico annulum latum ortum ex rotatione ſemifiguræ A B D, (quam vocamus exteriorem, ad differentiam D B C, interiorem nuncupatam) circa FC, æqualem eſſe tribus ſolidis, quorum duo ſint quæ oriuntur ex reuolutione A B D, circa B D, aliud ex reuolutione DBC, circa CF, vel circa TS, in ſecundo ſchemate, & hoc quidem tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Patet,

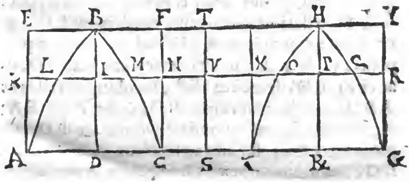
 quia

quia ex citata propoſit. 30. totum ſolidum ortum ex rotatione totius figuræ ABC, circa FC, vel circa TS, æquatur quatuor ſolidis prædicto modo, nempe duobus ex ABD, circa BD, & duobus ex DBC, circa CF. Cum ergo ſolidum ex ABC, non ſuperaddat ſolido ex ABD, circa FC, vel TS, niſi vnicum ſolidum ex DBC, circa CF, vel TS; patet ſolidum ex ABD, circa FC, vel TS, æquale eſſe tribus alijs; & hoc quidem tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales, vt etiam magis patebit legenti modum in citata propoſit. 30. miſcel. à nobis obſeruatum. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Facile ergo ad modum tot vicibus inculcatæ doctrinæ patebit, annulum ex ABD, prædicto modo reuoluta, & tria prædicta ſolida, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare ſi habebimus rationem trium cylindrorum circumſcriptorum ad tria dicta ſolida, habebimus etiam rationem tubi cylindrici circumſcripti prædicto annulo ad ipſum. Pariter ſi habebimus centrum grauitatis trium ſolidorum ſimul, habebimus etiam centrum grauitatis prædicti annuli. Ex hac doctrina, vt patebit impoſterum, varia poſſumus elicere, tam circa menſuram,
quam





quam circa centra grauitatis aliquot ſolidorum, & etiam illorum, de quibus nunquam geometria loquuta eſt. Sed quia reuoluta figura circa TS, vt in ſecunda figura, varia poteſt eſſe diſtantia CS, ac proinde varia in infinitum ratio trium cylindrorum ad tria ſolida, quia varia, ac varia in infinitum poteſt eſſe ratio cylindri B R, ad annulum ex DBC, circa TS, ideo deinceps non agemus de tali reuolutione figuræ, ſed tantum de reuolutione figuræ circa FC, in pri-

in primo ſchemate, vbi proportio data erit determinata, & numero exprimibilis vt plurimum.

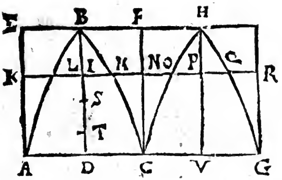
PROPOSITIO VII.

Si qualibet parabola voluatur vt in ant. prop. dabitur ratio tubi cylindrici ad annulum.

ESto quælibet ſemiparabola ABD, cuius axis BD, parallelogrammum circumſcriptum ſit EC, & intelligamus EC, cum ABC, rotari circa FC. Dico dari rationem tubi cylindrici ex ED, circa FC, ad annulum ABDVHG. Nam ex propoſit. 15. lib. 2. dantur rationes cylindri ex ED, ſiue circa BD, ſiue circa EA, reuoluti, ad ſolida ex ABD, reuoluta tam circa BD, quam circa EA; ergo dabitur etiam ratio tripli cylindri ex ED, reuoluto vt dictum eſt, ad duo ſolida ex ABD, circa BD, ſimul cum vno ex ABD, circa EA. Sed ex propoſit. anteced. tubus cylindricus ex ED, circa FC, æquatur illis tribus cylindris, & annulus ABDVHG, æquatur illis tribus ſolidis. Ergo etiam dabitur ratio tubi ad annulum prædictum. Quare &c.

SCHOLIVM I.

Porrò ratio hæc poteſt etiam numero exprimi, quamuis in tali progreſſione non contineatur vlla pul-



pulchra ſeries. In prima enim parabola, nempe in triangulo, cylindrus ex ED, triplus eſt coni ex ABD; ergo erit ad duplum conum vt 3, ad 2. Et pariter, ad annulum ex ABD, circa EA, eſt vt 3, ad 2. Ergo ad tria ſolida ſimul, vt 3, ad 4. Et triplus cylindrus, vt 9. ad 4. Erit ergo tubus ad primum annulum ABDVHG, vt 9, ad 4. Pariter in parabola quadratica, cylindrus ex ED, eſt ad conoides ex ABD, circa BD, vt 4, ad 2, nempe vt 6, ad 3; & ad duo conoidea vt 6, ad 6; eſt verò etiam ad annulum ex ABD, circa EA, vt 6, ad 5. Ergo ad tria ſolida ſimul, vt 6, ad 11. Ergo triplus cylindrus vt 18. ad 11. Ergo erit tubus ad ſecundum annulum ABDVHG, vt 18, ad 11. In parabola cubica, erit vt 30, ad 21, ſeu vt 10, ad 7. Et ſic diſcurrendo, aſſignabimus rationes aliorum tuborum, ad alios annulos.

Habebimus ergo etiam per conuerſionem rationis, rationes tuborum cylindricorum ex ED, circa

FC,

F C, ad annulos ortos ex rotatione trilineorum A E B, circa F C, ad ipſos. In primo ergo annulo erit vt 9, ad 5. In ſecundo vt 18, ad 7. In tertio vt 30, ad 9, ſeu vt 10, ad 3. Et ſic diſcurrendo.

SCHOLIVM II.

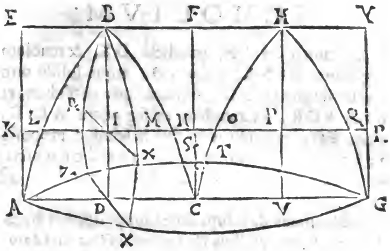
Sed vt principale intentum aſſequamur, intelligamus annulum prædictum in ſequenti ſchemate ſecari ſemifigura D B X, erecta ad figuram genitricem A B D, ac ex reuolutione D B X, circa B D, genitum eſſe ſolidum rotundum Z B X, & pariter ipſi intelligamus circumſcriptum cylindrum: habebimus rationes cylindrorum talium circumſcriptorum, ad infinita ſolida rotunda Z B X. In primo ergo annulo, erit cylindrus ad primum ſolidum, quod vtique ex prim. conic. erit conoides hyperbolicum, vt 9, ad 4. In ſecundo, vt 18, ad 11. & ſic ratiocinando vt ſupra. Ex quibus patebunt etiam per conuerſionem rationis, rationes cylindrorum ad exceſſus ipſorum ſupra prædicta ſolida.

PROPOSITIO VIII.

Si ſolida antec. propoſ. ſecentur plano baſi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici ad ſegmentum annuli ad baſim, quod comprehendit.

SOlida antec. propoſit. ſecentur plano K R, plano A Z G X, parallelo. Dico dari rationem

tubi



tubi cylindrici k D R, ad partem annuli ex ſegmento A L I D, circa F C. Nam ex ſchol. 2. propoſit. 15. lib. 2. & ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. datur ratio cylindri ex K D, circa I D, ad ſolidum ex A L I D, circa I D: quare & talis cylindri ad duo talia ſolida. Sed ex eodem ſchol. 2. citat. propoſit. 11. lib. 3. datur etiam ratio talis cylindri ad ſolidum ex A L I D, circa k A; ergo dabitur ratio illius cylindri ex k D, ad tria ſolida. Quare & ratio tripli cylindri ex k D, circa I D, vel k A, ad tria illa ſolida ex A L I D, nempe ad duo circa I D, & ad vnum circa k A. Ergo ex propoſit. 6. dabitur etiam ratio tubi cylindrici k D R, ad annulum ex ſegmento A L I D, circa F D. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cum ducta I✳, parallela DX, & reuoluto ſegmento DI✳X, circa ID, atque ſolido orto circumſcripto cylindro, ſit hic ad ipſum ſolidum, vt tubus kDR, ad annulum ex ſegmento ALID, circa FC, vt explicatum fuit in ſchol. 3. propoſit. 1; ſequitur dari etiam rationem cylindri circumſcripti ſolido ex ſegmento DI✳X, circa ID, ad ipſum.

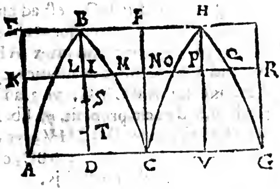
Probauimus duas ſuperiores propoſitiones ſupradicta methodo, vt illius vſus agnoſceretur, ſed datur alia via facilior, & ſimplicior oſtendendi has,& ſimiles; quapropter ſit.

PROPOSITIO IX.

Propoſitiones ſeptima, & octaua aliter probantur.

SInt in primis eadem data, quæ in propoſit. 7. Dico dari rationem tubi cylindrici ex ED, circa FC, ad annulum ABDVHG. Nam ex coroll. prim. propoſit. 11. lib. 2. habemus rationem cylindri EG, ad annulum totum ABCHG. Pariter ex propoſit. 15. eiuſdem lib. 2. habemus rationem cylindri BV, ad annulum DBCHV. Ergo etiam habebimus rationem tubi ex ED, circa FC, ad annulum ex ABD, circa FC.

Sed



Sed datis ijſdem, quæ in 8. propoſit. colligemus eadem, quæ ibidem. Nam ex coroll. 11. cit. propoſit. 11. lib. 2. datur ratio cylindri KG, ad ſegmentum annulare ALMCOQG. Pariter ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. datur ratio cylindri IV, ad ſegmentum annulare DIMCOPV. Quare dabitur etiam ratio tubi kDR, ad annulum ALID VPQG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Quæ autem collecta fuerunt in numeris in ſchol. prim. propoſit. 7. poſſunt etiam colligi in præſenti ex hoc modo argumentandi. V. g. in primo annulo ABCHG, nempe in illo, qui oritur ex reuolutione primæ parabolæ, hoc eſt trianguli, cylindrus EG, quia eſt ad annulum ABCHG, vt parallelogrammum EC, ad triangulum ABC, erit ad

 ipſum

ipſum vt 2. ad 1, nempe vt 12, ad 6. Sed cylindrus BV, quarta pars cylindri EG, eſt ad annulum DBCHV, vt 3. ad 2. Ergo reliquus tubus ex ED, circa FC, erit ad reliquum annulum ex ABD, circa FC, vt 9. ad 4. In parabola quadratica, cylindrus EG, eſt ad annulum ABCHG, vt 3. ad 2. nempe vt 24, ad 16. Sed ex cit. propoſit. 15. lib. 2. cylindrus BV, eſt ad annulum DBCHV, vt 6, ad 5. Ergo reliquus tubus ad annulum ex ABD, circa FC, vt 18. ad 11. Et ſic procedemus in alijs.

PROPOSITIO X.

Si qualibet ſemiparabola, cuius exponens ſit numerus par, voluatur vt dictum eſt in prop. 7. habebimus in axe annuli genitî eius centrum grauitatis.

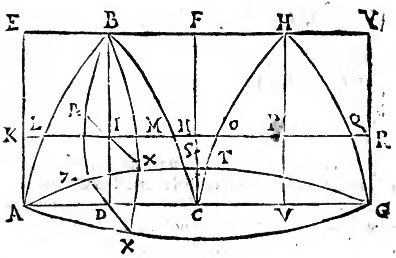
PArabola ABC, cuius exponens ſit numerus par, voluatur circa FC. Dico in FC, dari centrum grauitatis annuli ex ABD, circa FC. Nam ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG. Ex propoſit. 33. miſcell habemus in FC, centrum grauitatis annuli DBCHV. Ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. habemus rationem annuli exterioris ABD VHG, ad annulum interiorem DBCHV (Sic enim appellabimus deinceps hos annulos.) Ergo habebimus etiam in FC, centrum grauitatis annuli exterioris. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Poterit autem numero exprimi, in qua ratione ſecetur F C, à tali centro grauitatis. Nos autem hoc exprimebimus in tali annulo ex ſemiparabola quadratica; & ſi lector obſeruauerit methodum, qua vtemur, poterit etiam numero exprimere in alijs. In ſequenti figura, centrum grauitatis annuli ABCHG, ſic diuidit FC, in S, vt FS, ſit ad SC, vt numerus parabolæ genitricis vnitate auctus, ad numerum parabolæ, ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. nempe erit ad ipſam vt 3. ad 2. ſeu vt 15. ad 10. Pariter ex ſchol. propoſit. 34. eiuſdem miſcel. centrum grauitatis annuli interioris D B C H V, ſic diuidit F C, in N, vt F N, ſit ad N C, vt 14, ad 11. Ergo qualium tota F C, eſt 25, talium F S, eſt 15, F N, 14; & N T, 1. Ergo qualium N S, eſt 11, talium F C, erit 275; & F S, 165. Quoniam vero, vt colligitur ex corollario 3. propoſit. 4 lib. 3. annulus latus exterior A B D V H G, eſt ad annulum interiorem D B C H V, vt 11, ad 5. & ſi fiat vt annulus exterior ad annulum interiorem, ſic reciprocè N S, ad S T, ſit T, centrum grauitatis annuli exterioris A B D V H G; ſequitur, quod qualium N S, eſt 11, talium S T, ſit 5. Sed talium F S, erat 165; ergo talium F T, erit 170. Sed talium tota F C, 275. Ergo reliqua T C, 105. T, ergo centrum grauitatis dicti annuli exterioris parabolici quadratici, ſic ſecabit

F C,



FC, in T, vt FT, ſit ad TC, vt 170, ad 105, nempe vt 34, ad 21. In alijs diſcurretur eodem modo.

Sed quod magis intereſt, cum intellecto ſolido rotundo ZBX, genito modo ſupra explicato, ſit hoc proportionaliter analogum & in magnitudine, & in grauitate cum annulo exteriori, ſequitur etiam nos habere in BD, centrum grauitatis talis ſolidi, non quidem cuiuſcumque, ſed tantum eæ parabolæ, cuius exponens ſit numerus par. Et in ſolido parabolæ quadraticæ ſic ſecabit BD, v. g. in I, vt BI, ſit ad ID, vt 34, ad 21.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Si quilibet annulus antecedentis propoſit. ſecetur plano baſi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim.

SEd ſolida antecedentis propoſit. ſecentur plano k R, baſi A G, parallelo. Dico in N C, nos habere centrum grauitatis ſegmenti annularis ex A L I D, circa N C. Nam ex ſchol. propoſit. 29. miſcel. habemus in N C, centrum grauitatis totius ſegmenti annularis A L M C O Q G. Item ex propoſit. 35. eiuſdem miſcel. habemus in eadem N C, centrum grauitatis ſegmenti annularis interioris D I M C O P V. Necnon habemus ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. rationem, quam habet ſegmentum annulare exterius A L I D V P Q G, ad ſegmentum annulare interius D I M C O P V. Quare eiuſdem ſegmenti exterioris non ignorabitur centrum grauitatis in N C.

SCHOLIVM.

Sed cum ſolidum rotundum ex D I ✳ X, circa I D, ſit proportionaliter analogum in grauitate cum prædicto ſegmento annulari exteriori, nequaquam ignorabimus in I D, centrum grauitatis talis fruſti ſolidi.

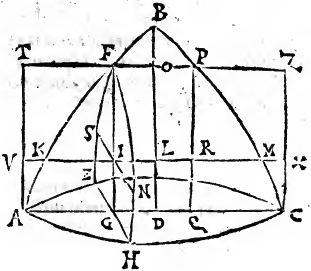
PRO-

PROPOSITIO XII.

Si quilibet ſemifuſus parabolicus ortus ex ſemiparabola, quæ habeat axim, ſecetur vt ſolida antecedentium propoſitionum. Dabitur ratio tubi cylindrici, ad annulum, vt explicatum eſt.

ESto quilibet ſemifuſus parabolicus ABC, ortus ex rotatione ſemiparabolæ cuiuſcunque, cuius axis AD, circa baſim BD, qui ſit ſectus ſemifigura GFH, æquidiſtanter baſi BD, & ad figuram genitricem erecta; annulo vero ex ſemiparabola ad verticem, AFG, circa OD, ſit circumſcriptus tubus cylindricus TGZ. Dico, dari rationem talis tubi, ad illum annulum. Nam, cum ex hypotheſi, dentur AG, AD, GC, GD, dabitur etiam ratio rectanguli AGC, ad quadratum AD; nempe ratio armillæ circularis ex AG, circa BD, ad circulum AECH; nempe ratio tubi cylindrici TGZ, ad cylindrum TC. Item, cum detur ex ſchol. 3. propoſit. 15. lib. 3. ratio cylindri TC, ad totum ſegmentum fuſi AFPC, & facile poſſit probari ex hypotheſi, dari rationem eiuſdem cylindri TC, ad cylindrum FQ; dabitur etiam ratio cylindri TC, ad annulum AFGQPC. Quare ex æquali, dabitur ratio tubi cylindrici TGZ, ad annulum prædictum. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Cum ergo, genito ſolido EFH, ex reuolutione GFH, circa FG, atque ei circumſcripto cylindro, ſit hic ad ſolidum, vt tubus ad annulum; dabitur etiam ratio prædicti cylindri, ad annulum.

PROPOSITIO XIII.

Datis iiſdem, quæ in antec. propoſit. datur in baſi ſemiparabolæ genitricis, centrum grauitatis illius annuli.

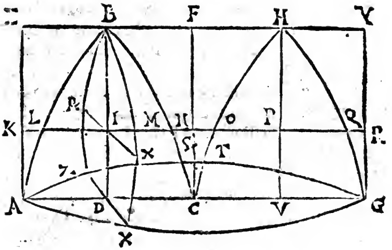
F Nam,

NAm, datur in O D, ſegmento baſi ſemiparabolæ A B D, centrum grauitatis totius ſegmenti fuſi A F P C, ex propoſit. 37. miſcell. Item datur in eadem O D, centrum grauitatis cylindri F Q. Ratio annuli A F G Q P C, ad cylindrum eundem F Q, datur. Ergo nec ignorabitur centrum grauitatis annuli in O D.

SCHOLIVM.

Sed cum ad inſtar ſuperiorum diſcurrendo, conſtet, ſolidum E F H, eſſe proportionaliter annalogum cum prædicto annulo; nec etiam ignorabimus in F G, centrum grauitatis ſolidi E F H.

Sed duabus propoſitionibus antecedentibus addendum eſt, quod ſi planum G F H, ſit taliter ductum, vt biſecet A D, in G, dabitur in numeris ratio tubi cylindrici T G Z, ad annulum prædictum: & pariter in numeris dabitur ratio, in qua O D, ſecetur à centro grauitatis annuli. Nam, quoniam A G, G D, ſunt æquales, ſi intelligamus ſemiparabolam A F G, duplicari ad partes F G, attinget punctum D. Sit ergo vt in ſequenti figura, in qua ſemiparabola quæcunque A B D, cuius baſis B D, ſit duplicata ad partes B D, vt ſit A B C, figura conſtans ex duabus ſemiparabolis; hæc cum parallelogrammo E C, ſibi circumſcripto, rotetur circa F C. Sequenti modo in parabola quadratica, quem lector in alijs imitabitur, exprimemus in numeris rationem E D Y, ad

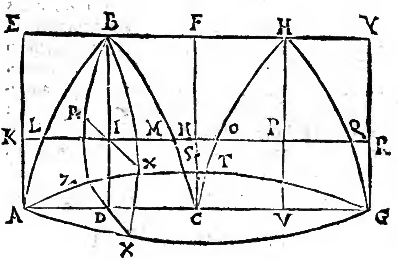


ad annulum ABDVHG. Quoniam EG, cylindrus, eſt ad totum annulum ABCHG, ex corol.2. propoſit. 11. lib. 2. vt 3. ad 2. nempe vt 60. ad 40. & ex ſchol. 2. propoſit. 14. eiuſdem lib. eſt cylindrus BV, ad annulum interiorem DBCHV vt 5, ad 4, nempe vt 15, ad 12. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 45, ad 28. In parabola cubica inueniet eſſe vt 21, ad 15, ſeu 7, ad 5. In quadrato-quadratica, vt 135, ad 104. Et ſic diſcurrendo. In prædictis ergo etiam rationibus, erit cylindrus circumſcriptus ſolido ZBX, ad ipſum.

Centrum vero grauitatis ſic inuenietur in parabola quadratica. Sit S, centrum grauitatis totius annuli ABCHG; ergo ex ſchol. propoſit. 29. miſcel.

ſic ſecabit FC, vt FS, ſit ad SC, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum, nempe vt 5. ad 3. nempe vt 15, ad 9. Pariter ex propoſit. 18. lib. 4, ſi N, ſit centrum grauitatis annuli interioris DBCHV, ſic ſecabit FC, vt FN, ſit ad NC, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum, nempe vt 7, ad 5, ſeu vt 14. ad 10. Qualium ergo FC, erit 24, talium FS, erit 15; FN. 14; & NS; vnitas. Si fiat vt annulus exterior ABDVHG, ad annulum interiorem DBCHV, ſic reciprocè NS, ad ST, erit T, centrum grauitatis prædicti annuli exterioris. Ex corol. prim. propoſit. 4. lib. 3. elicitur, annulum prædictum exteriorem, eſſe ad annulum interiorem vt 7, ad 3; ergo qualium NS, eſt 7. talium ST, erit 3. Sed qualium NS, erat vnitas, talium FC, erat 24, & FS, 15. ergo ſi omnia multiplicentur per 7, qualium NS, erit 7, & ST, 3, talium FC, erit 168; & FS, 105. Ergo talium FT, erit 108, & reliqua TC, 60. Ergo T, centrum grauitatis prædicti annuli exterioris, ſic diuidit FC, in T, vt FT, ſit ad TC, vt 108, ad 60; nempe vt 9, ad 5. Sic ergo inueniemus centra grauitatis in FC, talium annulorum exteriorum; cum quibus, exiſtentibus proportionaliter analogis ſolidis ZBX, etiam ipſorum centra grauitatis ſecabunt BD, in eadem ratione.

PRO-



PROPOSITIO XIV.

Si ſemicycloïs primaria cum ſibi circumſcripto parallelogrammo voluatur circa parallelam baſi ab ipſa diſtantem ſecundum quantitatem axis eiuſdem. Tubus cylindricus ex parallelogrammo, erit ad annulum ex ſemicycloide, vt 24, ad 17.

ESto ſemicycloïs primaria A B D, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo E D, quæ voluantur circa F C, parallelam B D, baſi ſemicycloidis, ſicque ab ipſa diſſitam, vt A D, axis, & D C, ſint æquales. Dico tubum cylindricum E D Y, eſſe ad annulum A B D V H G, vt 24, ad 17. Nam intelliga-

telliga-

Digitized by Google

telligamus ABC, eſſe figuram conſtantem ex duabus ſemicycloidibus ſic diſpoſitis, vt BD, baſes euadant communis axis; & intelligamus totam figuram ABC, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo EC, circumagi circa FC. Ergo ex coroll. 4. prop. 11, lib. 2. cylindrus totus EG, erit ad totum annulum ABCHG, vt 4, ad 3, ſeu vt 32. ad 24. Sed ex propoſit. 28, lib. 3. eſt cylindrus BV, ad annulum interiorem DBCHV, vt 8. ad 7. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 24. ad 17. Quod &c.

SCHOLIVM.

Si ergo annulus ABCHG, ſecetur ſemifigura DBX, tranſeunte per DB, & ad figuram genitricem erecta, quę rotetur circa DB. Cylindrus circumſcriptus ſolidó ZBX, erit ad ipſum vt 24. ad 17.

PROPOSITIO XV.

Si quilibet ex infinitis conicis circa diametrum, ſecetur ad modum conoideorum parabolicorum ſecun. propoſit. plano æquidiſtanter diametro, & ad figuram genitricem erecto, & annulo illi ſit circumſcriptus tubus cylindricus; exponaturque portio trilinei parabolici quadratici, cuius diameter æqualis diametro conici, & cuius exponens ſit duplus exponentis conici, & portio hæc ſit reſecta à toto trilineo linea diametro parallela, & æquali diametro annuli, cui

etiam

etiam portioni ſit circumſcriptum parallelogrammum. Tubus cylindricus circumſcriptus annulo, erit ad ipſum, vt rectangulum circumſcriptum portioni, ad ipſam, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

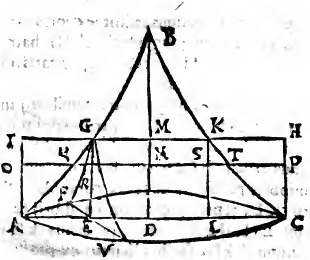
QVid intelligamus per infinitos conicos parabolicos circa diametrum, explicauimus defin. 5. lib. 2. Eſto igitur conicus quilibet parabolicus ABC, cuius diameter BD, & ſit ſectus ſemifigura EGV, æquidiſtanter diametro BD, & ad ABD, figuram genitricem conici erecta; annulo vero orto ex reuolutione ſegmenti AGE, circa BD, intelligamus circumſcriptum tubum cylindricum IEH: ſupponamus pariter DBC, nobis repræſentare etiam trilineum, cuius diameter ſit DB, & cuius exponens ſit duplus exponentis conici, quod ſit ſectum kL, parallela BD, & æquali MD, diametro annuli ex AGE; portioni verò LkC, intelligamus circumſcriptum parallelogrammum LH. Dico tubum cylindricum IEH, eſſe ad annulum ex AGE, circa BD, vt parallelogrammum LH, ad portionem trilinei LkC, & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Accipiatur in MD, arbitrariè punctum N, per quod in ſolidis tranſeat planum ONP, ſecans ipſa vt in ſchemate, parallelum AFCV, in trilineo vero DBC, & in parallelogrammo ducatur NP, parallela DC. Quoniam ex natura infinitorum trilineorum explicata initio prim. lib. eſt in conico, AD, ad GM, ut poteſtas

ſtas DB, eiuſdem gradus conici, ad ſimilem poteſtatem BM; ergo & vt quadratum AD, ad quadratum GM, ſic poteſtas DB, duplicata poteſtatis conici, ad ſimilem poteſtatem BM. Sed quoniam trilineum DBC, ſupponitur gradus duplicati poteſtatis conici, eſt in ipſo DC, ad Mk, vt dicta poteſtas DB, ad dictam poteſtatem BM. Ergo & vt quadratum AD, in conico, ad quadratum GM, ſeu ED, ſic in trilineo, DC, ad MK, ſeu DL. Ergo per conuerſionem rationis, & conuertendo, vt in conico, rectangulum AEC, ad quadratum AD, ſic in trilineo, LC, ad DC. Eodem modo probabitur, eſſe quadratum AD, ad quadratum QN, vt DC, ad NT, & quadratum AD, ad rectangulum QRT, vt DC, ad ST. Ergo ex æquali, erit rectangulum AEC, nempe rectangulum ORP, ad rectangulum QRT, nempe armilla circularis ex OR, circa BD, ad armillam circularem ex QR, circa BD, vt LC, ſeu SP, ad ST. Sed punctum N, ſumptum fuit arbitrariè; ergo vt vnum ad vnum, ſic omnia ad omnia. Ergo & vt omnes armillæ circulares baſibus parallelæ tubi cylindrici IEH, ad omnes armillas circulares, itidem baſi parallelas, annuli ex AGE, circa BD, ſic omnes lineæ parallelogrammi LH, parallelæ LC, ad omnes lineas portionis LkC, parallelas LC; nempe vt tubus cylindricus, ad annulum, ſic parallelogrammum ad portionem. Quod vero probatum fuit de totis, expertus geometra agnoſcet, probari poſſe pari paſ-

ri paſ-

ri paſſu de partibus proportionalibus. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.



Præſens propoſitio etiam poteſt probari modo Archimedeo, vt clare patet. Sed adnotetur, quod cum fuerit in coroll. propoſit. 15. lib. prim. aſſignata ratio parallelogrammi LH, ad portionem LkC, cuiuſcunque trilinei parabolici, conſequenter habebimus rationem tubi cylindrici IEH, ad annulum ex AGE, in quocunque conico parabolico, circa BD. Pariter cum facile ad modum ſuperiorum innoteſcat, annulum ex AGE, & portionem LkC,

G eſſe

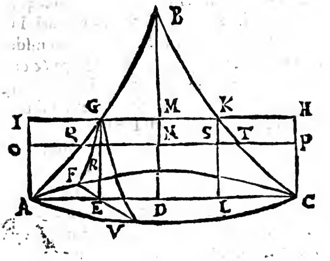
eſſe quantitates proportionaliter analogas; tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; patebit etiam, eodem pacto ſecari KL, à centro æquilibrij ſegmenti LKC, ac MD, à centro grauitatis prædicti annuli. Sed cum ex dictis aliquando à nobis, vt ſtatim patebit, habeamus faciliter centra æquilibrij in kL, cuiuſcunque ſegmenti LkC; habebimus etiam faciliter in MD, centrum grauitatis omnium prædictorum annulorum.

Quod vero teneamus centra æquilibrij in kL, omnium ſegmentorum LkC, trilineorum parabolicorum, ſic fiet manifeſtum. Ex propoſit. 14. lib. 3. habemus in baſi HC, ſeu in KL, centrum æquilibrij minoris portionis KHC, parabolæ. Item in eadem KL, tenemus centrum æquilibrij parallelogrammi LH. Ratio autem portionis kHC, ad ſegmentum LkC, facile elicietur ex propoſit. 15. lib. 1. Quare nec ignorabitur in kL, centrum æquilibrij ſegmenti LkC.

SCHOLIVM II.

Nunc, ſupponamus ex ſemifigura EGV, circumacta circa GE, genitum ſolidum FGV, ipſique circumſcriptum eſſe cylindrum. Cum hic ſit ad ipſum, ex ſæpe ſæpius repetitis, vt tubus cylindricus IEH, ad annulum ex AGE, circa MD, habebimus etiam rationem prædicti cylindri, ad omnia præ-

dicta



dicta ſolida FGV. Item habebimus in GE, centra grauitatis omnium prædictorum ſolidorum FGV.

SCHOLIVM III.

Sed rationem tubi IEH, ad annulum AGE LkC, poſſumus alio modo, ex aliàs à nobis prolatis, aliter indagare. Nam ex hypotheſi, cum dentur AE, ED, EC, dabitur etiam ratio rectanguli AEC, ad quadrata AD, ED. Dabitur ergo etiam ratio armillæ circularis AEC, tam ad circulum, cuius ſemidiameter AD, quam ad circulum cuius ſemidiamter ED: quare dabitur etiam ratio

tubi cylindrici I E H, tam ad totum cylindrum I C, quam ad cylindrum G L. Item ex ſchol. 4. propoſit. 14. lib. 2. habemus rationem cylindri I C, ad ſegmentum conicum A G k C. Sed & eiuſdem cylindri I C, ad cylindrum G L. Quare & eiuſdem cylindri I C, ad annulum A G E L K C. Ergo ex æquali, tenebimus rationem vniuerſaliter tubi I E H, ad annulum A G E L k C.

Item alio modo eliciemus centra grauitatis in M D, annulorum A G E L k C. Nam ex ſchol. propoſit. 18, lib. 4. in M D, habemus centrum grauitatis cuiuſcunque fruſti conici A G K C. Pariter in eadem M D, habemus centrum grauitatis cylindri G L. Ratio annuli A G E L k C, ad cylindrum G L, ex ſtatim ſupradictis, minime ignoratur. Haud ergo ignorabitur in M D, centrum grauitatis prædicti annuli.

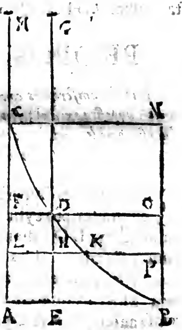
Sed hæc omnia ſunt generalia. Particularius vero, ſi A B C, ſit primus conicus, nempe conus, patet ex prim. conic. propoſit. 12, E G V, eſſe ſemihyperbolam; & conſequenter F G V, eſſe conoides hyperbolicum. Conoides ergo hyperbolicum, erit proportionaliter analogum, tam cum annulo A G E L k C, quam cum ſegmento trilinei parabolici quadratici L k C. Aliqua ergo, ex dictis, particularius colligemus. Sed cum diuerſo modo ab aſſignatis in propoſit. 5. 7. & 11. miſcel. poſſimus probare rationem cylindri circumſcripti conoidi hyperboli-

bolico, ad ipſum, ideo præmiſſa propoſitione ſequenti, etiam hunc adnotabimus.

PROPOSITIO XVI.

Si trilineum parabolicum quadraticum ABC, ſecetur linea DE, diametro CA, parallela, quæ ſic ſit producta ad G, vt GD, ſit dupla CF, exceſſus diametri CA, ſupra DE, & ducatur vbilibet HK, parallela EB. Erit EB, ad HK, vt rectangulum GED, ad rectangulum GHD.

PRoducatur Hk, vſque ad L. Quoniam ex natura parabolæ explicata initio libr. pri. eſt AB, ad FD, ſeu AE, vt quadratum AC, ad quadratum CF; ergo & per conuerſionem rationis, & conuertendo, erit EB, ad BA, vt exceſſus quadrati CA, ſupra quadratum CF, ad quadratum CA. Pariter, quoniam vt AB, ad Lk, ſic quadratum AC, ad quadratum CL;

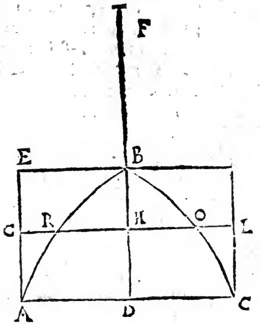


CL; ergo & vt AB, ad Hk, differentiam Lk, & FD, ſic erit quadratum AC, ad differentiam quadratorum LC, CF. Quare ex æquali, vt EB, ad Hk, ſic differentia quadratorum AC, CF, ad differentiam quadratorum LC, CF. Porrò differentia quadratorum AC, FC, ſunt duo rectangula CFA, cum quadrato FA; nempe (facta MF, dupla FC) rectangulum MFA, cum quadrato FA; nempe rectangulum MAF; nempe rectangulum GED: pariter eodem modo patebit, differentiam quadratorum LC, CF, eſſe rectangulum MLF; nempe rectangulum GHD. Ergo & vt EB, ad HK, ſic rectangulum GED, ad rectangulum GHD. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XVII.

Cylindrus circumſcriptus conoidi hyperbolico, eſt ad ipſum, vt compoſita ex axi, ſeu diametro, & ex latere tranſuerſo conoidis, ad dimidium lateris tranſuerſi, vna cum tertia parte axis, ſeu diametri.

ESto conoides hyperbolicum ABC, cum ſibi circumſcripto cylindro EC, ſitque FB, latus tranſuerſum, BD, diameter. Aſſero EC, cylindrum, eſſe ad conoides ABC, vt FD, ad dimidiam, FB, cum tertia parte BD. Exponatur recta linea MA, in anteced. fig. æqualis FD, ſequ. & ex ipſa auferatur AF, æqualis DB, & ſecta MF, bifariam



fariam in C, intelligatur parallelogrammum AN, atque in eo ſemiparabola quadratica BCN, cuius vertex C, diameter CN, ſemibaſis NB; per punctum F, ducatur FDO, parallela AB, & per punctum D, DE, parallela CA. Tunc accepto vbilibet puncto H, in diametro conoidis, ducatur per ipſum planum GL, AC, parallelum; factaque in anteced. fig. DH, æquali BH, in hac; ducatur HkP, parallela EB; ED, vero producatur vt GD, fiat dupla CF, ac proinde æqualis diametro tranſuerſa FB, conoidis. FD, ergo in conoide, tam ſecundum

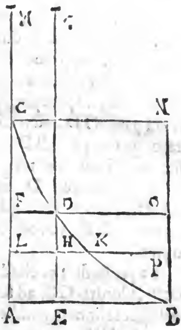
totum

totum, quam ſecundum omnes partes, ſecundum quas ſecta ſupponitur, æquatur GE, in parabola, & ſingulis ſuis partibus, vt in ſchematibus. Tunc, quoniam ex propoſit. anteced. eſt in trilineo, EB, ſeu PH, ad Hk, vt rectangulum GED, ad rectangulum GHD, & pariter ex prim. conic. propoſit. 21. eſt in conoide, vt rectangulum FDB, ad rectangulum FHB, ſic quadratum AD, ſeu GH, ad quadratum HR; ergo & vt PH, ad Hk, in trilineo, ſic quadratum GH, ad quadratum HR, in conoide; nempe ſic circulus GL, ad circulum RO. Cum vero puncta H, in ambabus figuris ſupponantur accepta ſecundum arbitrium, recte concludere poterimus, eſſe omnes lineas parallelogrammi EO, parallelas EB, ad omnes lineas ſegmenti trilinei EDB, itidem parallelas EB, vt omnes circuli cylindri EC, AC, paralleli, ad omnes circulos conoidis ABC, eidem AC, parallelos. Nempe ſic eſſe EO, parallelogrammum, ad EDB, vt EC, cylindrus ad ABC, conoides. Sed ex calce ſchol. propoſit. 15. lib. primi, parallelogrammum EO, eſt ad EDB, vt GE, ad dimidiam GD, cum tertia parte ED, vt attentè conſideranti nullo negotio patebit. Ergo & EC, cylindrus, erit ad ABC, conoides, vt FD, ad dimidiam FB, cum tertia parte DB. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex progreſſu ergo demonſtrationis patet, probatum

tum cylindrum E C, eſſe ad conoides A B C, vt E O, parallelogrammum, ad ſegmentum trilinei E D B. Expertus autem geometra agnoſcet, facilius dicto probari poſſe, hoc verificari non modo ſecundum totum, ſed etiam ſecundum partes proportionales: & pariter per conuerſionem rationis, eſſe E C, cylindrum, ad exceſſum ipſius ſupra conoides, vt parallelogrammum E O, ad D B O, portionem minorem parabolæ. Facile etiam diſcurrendo, vt ſæpe ſæpius nos fecimus, eliciet, conoides A B C, & ſegmentum trilinei E D B, item exceſſum E C, ſupra conoides, & D B O, portionem minorem parabolæ quadraticæ, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes. Ex his, & ex alibi à nobis dictis, poterit lector quamplurima colligere.



Colliget ergo primo, centrum æquilibrij in D E, ſegmenti trilinei quadratici E D B, vel ſic ſecare

duodecimam partem DE, ordine quartam ab E, vt pars propinquior E, ſit ad partem aliam, vt dimidia GD, ad tertiam partem DE, ſicuti ex propoſit. 13. miſcel. ſecatur duodecima pars DB, diametri conoidis hyperbolici ab eius centro grauitatis. Vel ſic ſecari quartam partem DE, ordine ſecundam ab E, vt pars propinquior E, ſit ad aliam, vt ſexta pars GD, ad tertiam partem GE, veluti ſecatur quarta pars BD, diametri conoidis ex propoſit. 14. miſcel. Vel tandem, ſic diuidere DE, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam, vt GD, cum ſubſeſquitertia ED, ad dimidiam GD, cum quarta parte DE, vt hauritur ex propoſit. 44. eiuſdem miſcel.

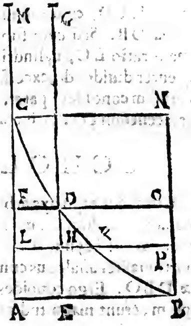
Ex propoſit. 15. eiuſdem miſcel. in qua aſſignatur ratio cylindri GC, ad ſegmentum conoidis AROC, colliget rationem parallelogrammi EP, ad ſegmentum EHkB; nempe colliget eſſe vt rectangulum GED, ad rectangulum GE, DH, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia GD, & ex tertia parte EH, & ſub dicta tertia parte EH.

Ex propoſit. 17. miſcel. colliget centrum æquilibrij in HE, ſegmenti EHkB.

Sed cum, vt paulo ſupra dictum fuit, ſit exceſſus cylindri EC, ſupra conoides hyperbolicum, proportionaliter analogus cum DBO, portione minori parabolæ quadraticæ, & in lib. 3. propoſit. 14. & in ſchol. propoſit. 48. miſcel. ſit aſſignatum in OB, centrum æquilibrij portionis DBO, erit conſe-

quen-

quenter aſſignatum in BD, centrum grauitatis exceſſus cylindri EC, ſupra conoides. Vt ergo in citat. ſchol. propoſit. 48. miſcel. poteſt conſpici, centrum æquilibrij portionis DBO, in BO, ſic ipſam diuidit, vt pars terminata ad B, ſit ad reliquam, vt dupla NO, cum dupla NB, & cum dimidia OB, ad NO, cum NB, & cum dimidia OB; colliget ergo lector, etiam in prædicto exceſſu,



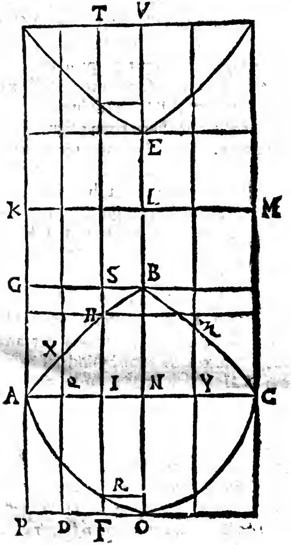
centrum eius grauitatis ſic diuidere BD, vt pars terminata ad D, ſit ad partem terminatam ad B, vt FB, (æqualis duplæ NO) vna cum FD, cum DB (æqualibus duplæ NB) & cum dimidia DB (æquali dimidiæ OB) ad dimidiam FB (æqualem NO) vna cum compoſita ex dimidia FB, & ex BD (quæ ſunt æquales NB) & cum dimidia DB. Sed FB, vna cum FD, cum DB, & cum dimidia DB, faciunt duplam FD, cum dimidia DB: pariter dimidia FB, cum dimidia FB, cum BD, & cum dimidia DB, faciunt FD, cum dimidia DB. Ergo centrum

trum grauitatis exceſſus E C, ſupra conoides, ſic diuidit D B, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam, vt dupla F D, cum dimidia B D, ad F D, cum dimidia D B. Sed cum ſupra, & aliàs, ſit aſſignata etiam ratio E C, cylindri, ad conoides, & conſequenter diuidendo, exceſſus cylindri ſupra conoides, ad ipſum conoides: patet, poſſe etiam alio modo, haberi centrum grauitatis conoidis prædicti.

SCHOLIVM II.

Conoides ergo hyperbolicum A B C, eſt proportionaliter analogum cum ſegmento E D B; ſicuti pariter, exceſſus cylindri E C, ſupra conoides, eſt proportionaliter analogus cum portione minori parabolæ D B O. Ergo conoides, & exceſſus cylindri ſupra ipſum, erunt magnitudines proportionaliter analogæ cum illis magnitudinibus, cum quibus erunt magnitudines proportionaliter analogæ E D B, ſegmentum trilinei, & D B O, portio minor parabolæ. In primis verò, portio minor D B O, probata fuit proportionaliter analoga in ſchol.pri.propoſit.8. lib. 4. cum portione ſphæræ, & ſphæroidis, quorum ſemidiametri N B, axis vero talium portionum, ſint B O. Cum h s ergo portionibus ſphæræ, & ſphæroidis, erit proportionaliter analogus exceſſus cylindri E C, ſupra conoides. Sicuti etiam conoides, erit proportionaliter analogum cum exceſſu cylindrorum circumſcriptorum portionibus, ſupra ipſas.

De-

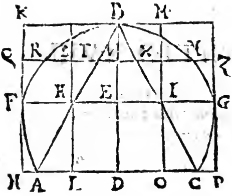


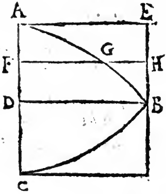
Deinde in ſchol. 3. propoſit. 26. miſcel. portio pa-
rabolæ quadraticæ D B O, cuius vice in ſchem. ant.
illius

illius propoſit. accipiemus portionem A R I, parabolæ quadraticæ A O C, cuius baſis A C, ſit æqualis duplæ N B, baſi parabolæ cuius D B O, portio ſupradicta ſupponitur portio, probata fuit proportionaliter analoga cum ſegmento annuli ex portione A H I, hyperbolæ A B C, reuoluta circa k M, ſecundam coniugatam diametrum: ſicuti pariter portioni parabolæ A I R, circumſcripto parallelogrammo, exceſſus huius ſupra portionem, eſt proportionaliter analogus cum exceſſu tubi cylindrici ex parallelogrammo A H, ſupra ſegmentum annuli ex portione A H I, reuolutis ambobus circa k M. Exceſſus ergo ſupradictus cylindri E C, ſupra conoides hyperbolicum A B C, erit proportionaliter analogus cum annulo ex A H I, circa ſecundam coniugatam diametrum K M. Pariterque conoides hyperbolicum A B C, erit proportionaliter analogum cum exceſſu prædicto tubi cylindrici ex parallelogrammo A H, circa k M, ſupra prædictum ſegmentum annuli ex portione A H I.

Pariter ſi in ſchem. ſeq. propoſit. 45. miſcel. accipiamus vice D B O, portionis parabolæ ſuperioris, portionem A G F, cum hæc fuerit probata in dicta propoſit. ſchol. 2. proportionaliter analoga cum ſolido ex portione R B T, reuoluta circa B V (ſupponendo A B C, eſſe portionem ſphæræ, vel ſphæroidis, A B C, eſſe conum, & B D, axim portionis) dummodo B V, & A F, ſint æquales. Ergo etiam exceſſus cylindri ſuperioris E C, ſupra conoi-

des





des hyperbolicum ABC, erit proportionaliter analogus cum prædicto exceſſu portionis RBY, ſphæræ, vel ſphæroidis, ſupra conum TBX. Quod ex dictis ibidem, verificatur etiam de exceſſu ſegmenti AFGC, ſupra fruſtum conicum AHIC, dummodo tamen ſupponamus, BV, DE, axes talium ſolidorum, & AF, baſim portionis AGF, æquales eſſe in figura ſuperiori BD, axi conoidis hyperbolici.

Tandem, ſi in ſchemate propoſit. 5. ſupponamus ABCD, eſſe ſphæram, vel ſphæroides, ſemiaxis vero BE, ſit maior axi BD, conoidis ſuperioris hyperbolici, cuius etiam ſit maior ER, factis autem, ac ſuppoſitis ijſdem, quæ in dicta propoſit. 5. ſupponamus GN, vel RM, æqualem BD, axi conoidis. Ex ſchol. 2. dictæ propoſit. ſciemus, conoides hyperbolicum ABC, eſſe proportionaliter analo-

analcgum cum annulo ex portione, ſeu ſegmento NGQ, reuoluto circa BE.

PROPOSITIO XVIII.

Si quodlibet ex infinitis trilineis, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo, voluatur circa parallelam ſuo axi, ab ipſo diſsitam ſecundum quantitatem baſis trilinei. Dabitur ratio tubi cylindrici ex parallelogrammo, ad annulum ex trilineo.

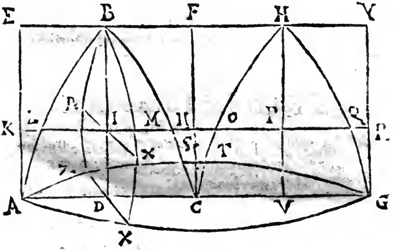
SVpponamus ABD, in ſchemate ſequenti nobis repræſentare quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius axis BD, & ipſi circumſcriptum eſſe parallelogrammum ED, quod cum trilineo intelligamus circumagi circa FC, parallelam BD, ac ſic ab ipſa diſtantem, vt AD, DC, ſint æquales. Dico, dari rationem tubi cylindrici EDY, ad annulum ADBVHG. Nam, trilineo ABD, intellecto duplicari ad partes BD, axis, vt ſit ABC, ac ABC, cum parallelogrammo EC, reuoluto circa FC; cylindri EG, ad annulum ABCHG, aſſignata fuit ratio in coroll. 5. prop. 11. lib. 2. Pariter ex propoſit. 14, lib. 2. habebimus rationem cylindri BV, ad annulum interiorem DBCHV, quia cum ibidem aſſignata fuerit ratio cylindri BC, ad omnes ſemifuſos parabolicos BCH, per conuerſionem rationis, aſſignata quoque erit ratio eiuſdem cylindri BV, ad annulum DBCHV, ex trilineo

DBC.

DBC. Ergo habebimus etiam rationem reliqui tubi cylindrici EDY, ad annulum exteriorem ABD VHG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed hæc ratio exprimibilis eſt numero, quia omnes prædictæ rationes numero, in præcitatis locis,



expreſſæ fuerunt. E.g. in trilineo parabolæ quadraticæ, in coroll. 5. propoſit. 11. lib. 2. cylindrus EG, eſt ad annulum ABCHG, vt 3. ad 1. nempe vt 60. ad 20. Cylindrus BV, quia eſt ad ſemifuſum parabolicum quadraticum ex ſchol. prim. propoſit. 14. lib. 2. vt 15. ad 8. eſt ad annulum interiorem DBCHV,

I vt

vt 15. ad 7. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 45. ad 13. Sic venabimur rationes cæterorum tuborum cylindricorum, ad reliquos annulos exteriores.

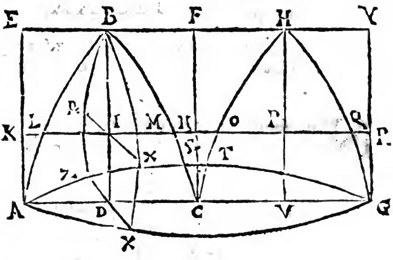
Sed per BD, ducta ſemifigura DBX, ad trilineum ABD, erecta, reuolutaque ipſa circa BD, ſolido ZBX, ex ipſa genito intelligatur circumſcriptus cylindrus. Ex tot vicibus replicata doctrina, habebimus rationem talis cylindri, ad ſolidum ZBX. Quæ etiam in omnibus ſolidis ſic genitis erit numero exprimibilis, & in ſolido trilinei quadratici, erit vt 45. ad 13. &c.

PROPOSITIO XIX.

Si ſolida anteced. propoſit. ſecentur plano baſi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici, ad ſegmentum annuli ad baſim, quod comprehendit.

SEd ſolida prædicta, ſecentur plano kR, parallelo plano AZGX. Dico, nos poſſe aſſignare rationem tubi cylindrici KDR, ad ſegmentum annuli exterioris ALIDVPQG, quod comprehendit. Nam in corol. 12. propoſit. 11. lib. 2. aſſignatur ratio totius cylindri kG, ad totum annulum ALMCOQG, ex toto trapezio ALMC, reuoluto circa FC: Item in ſchol. propoſit. 13. lib. 3. aſſignatur ratio cylindri interioris IV, ad annulum interiorem

DI-



DIMCOPV. Ergo non ignorabitur ratio tubi cylindrici kDR, ad reliquum ſegmentum annulare exterius ALIDVPQG. Quare &c.

SCHOLIVM.

Sed in figura ſuperius dicta DBX, ducta I✱, parallela DX, ac ſolido orto ex ſegmento DI✱X, reuoluto circa ID, circumſcripto cylindro; cum hic ſit ex ſuperioribus dictis, ad illud ſolidum, vt antedictus tubus cylindricus, ad ſuperius dictum ſegmentum annulare exterius; ergo dabitur etiam ratio dicti cylindri, ad ſolidum ex DI✱X, reuoluto, vt dictum eſt.

PROPOSITIO XX.

Si quodlibet trilineum parabolicum voluatur vt in propoſit. 18. Habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.

NAm, ſupponentes eadem, quæ in dicta propoſit. 18. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG, orti ex reuolutione ABC, duplicati trilinei circa FC, ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. Pariter ex ſchol. propoſit. 31. eiuſdem miſcell. habemus in eadem FC, centrum grauitatis annuli interioris DBCHV. Rationem annuli exterioris ex ABD, ad annulum interiorem ex DBC, facile eliciemus ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. Ergo habebimus etiam in FC, centrum grauitatis reliqui annuli exterioris ABDVHG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cupimus lectorem aduertere, ex alibi à nobis traditis, ſibi licere numero exprimere, in qua ratione ſecetur FC, à centro grauitatis talis annuli exterioris. Nos autem exemplificabimus in annulo ex trilineo parabolico quadratico. In quo ex ſchol. cit. propoſit. 29. miſcell pagina 103. FC, ſecatur in S, à centro grauitatis totius annuli ABCHG, vt FS, ſit ad SC, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem

tatem; nempe vt 3. ad 1. ſeu vt 21. ad 7. Item ex ſchol. propoſit. 51. eiuſdem miſcell. in calce, eadem FC, ſic ſecatur in N, à centro grauitatis annuli interioris DBCHV, vt FN, ſit ad NC, vt 26, cum duobus tertijs, ad 10. cum duobus tertijs; nempe vt 5. ad 2. (quod tamen loco ſupra citato non fuit tunc temporis animaduerſum) nempe vt 20. ad 8. Qualium ergo tota FC, eſt 28. talium FS, eſt 21; FN, 20; & NS, vnitas. Et qualium NS, erit 13. talium tota FC, erit 364; FS, erit 273. Quoniam vero S, ſupponitur centrum grauitatis totius annuli ABCHG, & N, annuli interioris DBCHV, ſi fiat vt annulus exterior ABDVHG, ad annulum interiorem DBCHV, ſic reciprocè NS, ad ST, patet T, eſſe centrum grauitatis annuli prædicti exterioris. Sed annulus exterior, eſt ad annulum interiorem, vt elicitur ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. vt 13. ad 7. ergo quarum NS, eſt 13. talium ST, erit 7. Sed talium FS, erat 273. Ergo talium FT, erit 280. Cum vero etiam talium tota CF, eſſet 364; talium reliqua TC, erit 84. T, ergo, centrum grauitatis annuli prædicti exterioris, ſic ſecabit FC, in T, vt FT, ſit ad TC. vt 280. ad 84. nempe diuidendo omnia per 4. vt 70. ad 21.

Patet ergo ex dictis, etiam qualiter ſit inueniendum in BD, centrum grauitatis ſolidi ZBX.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Si quilibet annulus propoſit. anteced. ſecetur plano baſi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim.

SOlida antec. propoſit. ſecentur plano k R, parallelo AZGX. Dico, in NC, dari centrum grauitatis ſegmenti annularis exterioris ex ALID. Nam licet nullibi à nobis fuerit aſſignatum in NC, centrum grauitatis totius ſegmenti annularis ALMCOQG, tamen hoc facile poteſt elici ex à nobis dictis. Etenim, ex dictis in principio ſchol. propoſit. 29. miſcel. vniuerſaliter, colligitur centrum grauitatis talis ſolidi ſic ſecare NC, vt ſecatur ID, à centro grauitatis figuræ ALMC. Sed figuræ AL MC, docuimus inuenire centrum grauitatis in propoſit. 12. lib. 3. Etenim, cum ibidem traditum ſit reperire in diametro ID, centrum æquilibrij cuiuſcunque infinitorum trapeziorum, aſſignatus pariter erit modus indagandi in ID, centrum grauitatis duplicati trapezij, nempe figuræ ALMC; & conſequenter habebimus in NC, centrum grauitatis totius annuli ALMCOQG. Pariter, licet nullibi aſſignatum fuerit centrum grauitatis in NC, ſegmenti annularis interioris DIMCOPV, tamen poſſumus hoc elicere ex alibi à nobis dictis. Nam, iam patet haberi in NC, centrum grauitatis totius cylindri

IV.

IV. Pariter ex propoſit. 37. miſcel. habemus in eadem NC, centrum grauitatis portionis fuſi parabolici MCO, ortæ ex reuolutione minoris portionis parabolæ MCN, circa baſim NC. Cum vero ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3. teneamus etiam rationem cylindri IV, ad ſegmentum annulare interius DIMCOPV; habebimus etiam diuidendo, rationem talis ſegmenti, ad portionem fuſi MCO. His tribus datis, patet dari quoque in NC, centrum grauitatis prædicti ſegmenti annularis DIMCOPV. Cum ergo teneamus in NC, tam centrum grauitatis totius ſegmenti annularis, quam ſegmenti annularis interioris, ſi habebimus etiam rationem ſegmenti annularis exterioris, ad ſegmentum annulare interius, patet nos etiam poſſe habere in NC, centrum grauitatis ſegmenti annularis exterioris. Sed ratio inter hæc ſegmenta annularia, facile elicitur ex eodem ſchol. propoſit. 13. lib. 3. ſupra citat. Ergo in NC, poſſumus habere centrum grauitatis ſegmenti exterioris ALIDVPQG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex ſæpe ſæpius repetitis, patet etiam nos habere in ID, centrum grauitatis ſegmenti ſolidi ex DI✱X, reuoluta circa ID.

PRO-

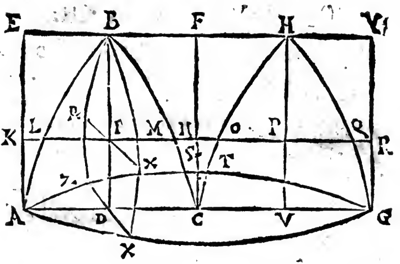
PROPOSITIO XXII.

Si quodlibet ex infinitis trilineis, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo rotetur circa parallelam ſuæ baſi, ab ipſa diſsitam ſecundum quantitatem axis trilinei. Dabitur ratio tubi cylindrici ex parallelogrammo, ad annulum ex trilineo.

ESto ABD, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius baſis BD, axis AD, & ei circumſcriptum parallelogrammum ſit ED, quod intelligamus rotari cum trilineo circa FC, parallelam baſi BD, ſicque ab ipſa diſtantem, vt AD,DC, ſint æquales. Dico, dari rationem tubi cylindrici EDY, ad annulum ex ABD, circa FC. Nam duplicato trilineo ad partes BD, factiſque ijſdem, vt in propoſit. 18. dabitur ratio totius cylindri EG, ad totum annulum ABCHG, ex coroll. 6. propoſit. 11. lib. 2. Pariter ex prim. part. propoſit. 15. lib. 2. datur per conuerſionem rationis, ratio cylindri BV, ad annulum interiorem DBCHV. Ergo dabitur quoque ratio tubi cylindrici EDY, ad annulum exteriorem. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Hæc quoque ratio dabitur in numeris, quia rationes ſuperiores numero dantur. Et in annulo ex trilineo



neo parabolico quadratico, ipſam ſic aſſignabimus. Ex coroll. 6. cit. propoſ. 11. lib. 2. eſt cylindrus EG, ad annulum totum ABCHG, vt 3. ad 1. nempe vt 24. ad 8. cylindrus BV, eſt ad annulum interiorem DBCHV, ex cit. propoſit. 15 lib. 2. per conuerſionem rationis, vt 4. ad 2. nempe vt 6. ad 3. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum prędictum annulum exteriorem, vt 18, ad 5.

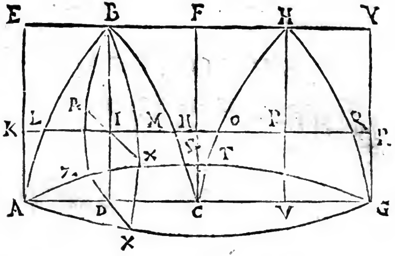
Sed per BD, ducta ſemifigura DBX, &c. habebimus etiam rationem cylindri circumſcripti ſolido ZBX, ad ipſum.

Digitized by Google

PROPOSITIO XXIII.

Si ſolida ant. propoſ. ſecentur plano baſi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici ad ſegmentum annuli ad baſim, quod comprehendit.

ETiam ſolida prædicta ſecentur plano k R, A G, plano parallelo, vt ſæpe dictum eſt. Dico, dari rationem tubi cylindrici K D R, ad annulum exteriorem A L I D V P Q G, quod comprehendit. Hoc probari poteſt ex alibi à nobis aſſignatis, vt patebit. Nam, quoniam ex hypotheſi, ſupponendum eſt dari tam I N, quam I M, & M N, quia duplicatum trapezium A L M C, ſupponitur datum; ergo dabitur etiam ratio parallelogrammi I C, ad parallelogrammum cuius baſis M N, altitudo N C, quod eſt circumſcriptum ſemiparabolæ ad verticem M C N. Sed datur etiam ratio talis parallelogrammi, ad ſemiparabolam ad verticem M C N, ex dictis in propoſit. pri. lib. pri. Ergo ex æquali, dabitur ratio parallelogrammi I C, ad ſemiparabolam ad verticem M C N. Quare & per conuerſionem rationis, dabitur ratio parallelogrammi I C, ad trapezium D I M C. Ergo dabitur quoque ratio dupli ad duplum, nempe parallelogrammi k C, ad duplicatum trapezium A L M C. Sed vt K C, ad figuram A L M C, ſic ex propoſit. 11. lib. 2. & ex propoſit. 29. miſcell. cylindrus K G, ad ſegmentum annulare A L M C O Q G.



QG. Ergo dabitur quoquè ratio kG, ad dictum ſegmentum annulare. Rurſum, quoniam ex hypotheſi, dantur IN, IM, & MN, dabitur quoque ratio quadrati IN, ad quadratum NM. Quare, dabitur quoque ratio cylindri IV, ad cylindrum cuius baſis MO, altitudo NC; nempe ad cylindrum circumſcriptum conoidi parabolico ad verticem MCO. Sed ex propoſit. 15. lib. 2. datur quoque ratio talis cylindri ad conoides MCO. Ergo dabitur quoque ex æquali, ratio cylindri IV, ad conoides MCO. Et per conuerſionem rationis, dabitur quoque ratio cylindri IV, ad ſegmentum annulare interius DIMCOPV. Sed & dabatur ratio totius kG, ad totum ALMCOQG. Ergo

dabitur quoque ratio reliqui ad reliquum; nempe tubi kDR, ad ALIDVPQG. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Patet ergo, quod ſi etiam in hoc caſu ducatur I✠, parallela DX, & concipiamus DI✠X, rotari circa DI, ſegmentoque ſolido orto intelligamus circumſcriptum cylindrum, patet inquam, dari quoque rationem talis cylindri, ad illud ſegmentum ſolidum.

PROPOSITIO XXIV.

Si quodlibet trilineum parabolicum cuius exponens ſit numerus par voluatur vt dictum eſt in propoſit. 18. *Habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.*

SEd concipiamus duplicatum trilineum ABC, cuius exponens ſit numerus par, rotari circa FC, parallelam baſi BD, trilinei ABD. Dico in FC, haberi centrum grauitatis annuli exterioris ABDVHG. Nam, ex ſchol. propoſit. 29. miſcel. pag. 104. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG. Item ex propoſit. 15. lib. 4. habemus centrum grauitatis in FC, annuli interioris DBCHV. Ratio quoque annuli exterioris ex ABD, ad annulum interiorem ex DBC, non ignoratur,

ratur, ſed aſſignata fuit in corol. 2. propoſit. 4. lib. 3. Ergo etiam centrum grauitatis in FC, annuli AB DVHG, haud ignorabitur. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed nec etiam tale centrum grauitatis eſt taliter datum, vt nequeamus numero explicare, in qua ratione ſecetur FC, ab ipſo. Hoc autem, de more, reperiemus in annulo ex trilineo parabolico quadratico. In quo, quoniam ex ſchol. citat. propoſit. 29. miſcell. FC, ſic ſecatur in S, à centro grauitatis totius annuli ABCHG, vt FS, ſit ad SC, vt triplus numerus annuli vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum, nempe vt 7. ad 3. ſeu vt 21. ad 9. & pariter cum ex citat. propoſit. 15. lib. 4. ſic eadem FC, ſecetur in N, à centro grauitatis annuli interioris DBCHV, vt FN, ſit ad NC, vt 4. ad 2. ſeu vt 20. ad 10. ſequitur, qualium tota FC, ſupponitur 30, talium FS, eſſe 21. FN, 20; & NS, vnitas. Cum ergo S, ſit centrum grauitatis totius annuli, & N, annuli interioris, ſi fiat vt annulus exterior, ad annulum interiorem, ſic reciproce NS, ad ST, erit T, centrum grauitatis annuli exterioris. Sed cum deducatur ex corol. 2. citat. propoſit. 4. lib. 3. eſſe annulum exteriorem, ad annulum interiorem, vt 5. ad 3. ſequitur qualium NS, eſt 5. talium ST, eſſe 3. Sed qualium NS, erat vnitas, tota FC, erat 30; & FS, 21; ergo qualium NS, eſt 5. talium

tota

tota F C, erit 150; & F S, quæ erat 21. erit 105, & F T, 108. Ergo reliqua T C, erit 42. Secatur ergo F C, à T, centro grauitatis annuli exterioris, vt F T, ſit ad T C, vt 108, ad 42; nempe vt 54. ad 21.

In tali etiam ratione patebit ſecari B D, à centro grauitatis ſolidi Z B X; cuius tamen ſolidi non habebimus vniuerſaliter in B D, centrum grauitatis, ſed tantummodo illius ſolidi, quod conſiderabimus in annulo, cuius exponens ſit numerus par.

PROPOSITIO XXV.

Si quilibet annulus propoſit. ant. ſecetur plano baſi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim.

SOlida anteced. propoſit. ſecentur plano K R, baſi parallelo. Dico in N C, nos poſſe aſſignare centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim ex A L I D. Centrum grauitatis totius annularis ſegmenti A L M C O Q G, nunquam aſſignauimus, attamen poſſumus ipſum notare. Nam, cum intelligentes k D, parallelogrammum appenſum ſecundum I D, habeamus in medio puncto I D, eius centrum æquilibrij; & pariter habeamus in eadem I D, centrum æquilibrij ſemiparabolæ ad verticem k A L, ex ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. & ex dictis ſupra in propoſit. 23. habeamus rationem trape-

zij

zij ALID, ad ſemiparabolam ad verticem kLA; habebimus etiam in ID, centrum æquilibrij trapezij LIDA: & conſequenter centrum grauitatis duplicati trapezij ALMC: & conſequenter in NC, centrum grauitatis annuli ALMCOQG, ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. Item cum in NC, habeamus tam centrum grauitatis cylindri IV, quam conoidis ad verticem MCO; & ex dictis in progreſſu propoſit. 23. habeamus etiam diuidendo, rationem annuli interioris DIMCOPV, ad conoides ad verticem MCO; tenebimus pariter centrum grauitatis prædicti annuli interioris DIMCOPV. Duo ergo habemus neceſſaria noſtro inſtituto, nempe centra grauitatis totius ſegmenti annularis, & ſegmenti annularis interioris. Sed etiam poſſumus habere, vt ſtatim patebit, ratio ſegmenti annularis exterioris ad ſegmentum annulare interius. Ergo in NC, habebimus etiam centrum grauitatis ſegmenti annularis exterioris.

Quod vero poſſimus etiam aſſignare rationem ſegmenti annularis exterioris, ad ſegmentum annulare interius, ſic patebit. Si intelligamus IC, parallelogrammum appenſum ſecundum IN, non ſolum habebimus in eius puncto medio centrum æquilibrij ipſius, ſed etiam in ſemibaſi NM, centrum æquilibrij ſemiparabolæ ad verticem MCN, ex dictis in ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. Cum vero etiam ex dictis in progreſſu propoſit. 23. non ignoretur ratio trapezij DIMC, ad ſemiparabolam ad verticem

cem MCN, habebimus etiam inI N, ſiue in DC, centrum æquilibrij trapezij DIMC. Hoc habito, ex propoſit. 4. lib. 3. pariter tenebimus rationem ad inuicem ſolidorum factorum ex reuolutione eiuſdem trapezij DIMC, tam circa NC, quam circa ID. Quare etiam tenebimus rationem duorum ſolidorum ex trapezio DIMC, circa DI, cum vno ex eodem circa NC, ad vnum ſolum circa NC. Sed ex propoſit. 6. illa tria ſunt æqualia ſegmento annulari exteriori ALIDVPQG. Ergo habebimus etiam rationem prædicti ſegmenti annularis exterioris, ad ſegmentum annulare interius.

SCHOLIVM.

Ex replicatis autem in ſuperioribus ad ſatietatem vſque, patebit, dari etiam in ID, centrum grauitatis ſegmenti ſolidi geniti ex rotatione DI✳X, circa ID.

Recolenti nunc ſuperius à nobis aſſerta innoteſcet, propoſitas fuiſſe quamplurimas figuras planas, inter quas aliquæ ſunt geometris totaliter nouæ, nec ab ipſis aliquando conſideratæ; ſicuti nec vnquam ab ipſis fuerunt contemplata ſolida quædam ab ipſis genita, nec ipſorum centra grauitatis. Menſuram nonnullorum ſolidorum, atque ipſorum centra grauitatis tradidimus nos; figuras vero ſolidorum genetrices, relinquimus alijs ſpeculandas pro nunc: forſitan

& nos

& nos aliquando circa ipſas aliquid determinabimus, ſi tamen venerit in mentem. Sed quæ ſint hæc noua plana, nunc paucis perſtringemus.

In propoſit. 2. ac in ſcholijs ipſius, ſecauimus infinita conoidea parabolica plano æquidiſtanter axi, ac ad parabolam genitricem erecto, & conſiderauimus infinitas figuras genitas ex tali ſectione. Nec aliquid aliud ſcimus, niſi quod ſi ſic ſecetur primum conoides, nempe conus, figura genita erit hyperbola, cuius vtique ignoratur quadratura. Si vero ſic ſecetur conoides parabolicum quadraticum, figura item genita erit parabola quadratica, cuius vtique habemus quadraturam. Sed figurarum genitarum ex ſectione aliorum conoideorum ab his, ignoramus & naturam, & menſuram.

In propoſit. 4. diximus, quod ſi conoides hyperbolicum ſic ſecetur, figura genita erit hyperbola. Pariter in propoſit. 5. docuimus ſectis ſic ſphæra, & ſphæroides, ſectiones eſſe quidem in illa circulum, in hoc vero ellipſim. Agnouimus vtique qualitates figurarum harum, ſed menſuræ vſque nunc geometris ſunt ignotæ, & fortaſſis ſic manebunt in æternum, & vltra.

In propoſit. 7. cuius ſchema denuo intueatur ibidem, conſiderauimus figuram Z B X, ortam ex plano ſecante annulum A B C H G, ortum ex reuolutione parabolæ cuiuſcunque A B C, circa F C, per B D, & ad A B C, parabolam genitricem erecto. Omnium harum figurarum Z B X, ignoramus condi-

tionem: ſolum ſcimus in primo annulo, nempe in illo qui oritur ex ſuppoſito triangulo ABC, reuoluto, eſſe hyperbolam. Quod vtique modicè etiam conica Apollonij callenti innoteſcet.

In propoſit. 12. cuius ſchema item inſpiciatur, conſiderauimus figuras EFH, genitas ex plano ſecante infinitos ſemifuſos parabolicos ABC. Harum pariter naturas ignoramus, niſi genitæ in primo, quæ vtique erit hyperbola.

In propoſit. 14. conſiderauimus ſemicycloidem primariam ABD, cuius baſis BD, duplicari ad partes BD, ac figuram ABC, conſtantem ex duabus ſemicycloidibus primarijs rotari circa FC, atque annulum genitum ſecari plano ZBX, æquidiſtanter FC, erectoque ad ABC. Genita figura eſt ZBX, cuius natura penitus vſque modo eſt incognita.

In propoſit. 15. verba fecimus de infinitis conicis circa diametrum: Diximus enim in dicta propoſit. & in ſcholijs eidem annexis, infinitos conicos ABC, circa axim BD, ſecari plano FGV, modo vſque nunc explicato. Figurarum FGV, ſymptomata nobis ſunt recondita, ſolummodo nobis eſt in apertum in primo conico, nempe in cono, FGV, eſſe hyperbolam.

In propoſit. 18. diſcurſum fuit de infinitis figuris ZBX, ortis ex plano ſecante, conſueto modo, infinitos annulos ABCHG, ortos ex reuolutione infinitarum figurarum ABC, quæ ſint conſtantes

ex

ex duplicato trilineo ABD, cuius axis BD, ad partes BD. Etiam nunc ſolius figuræ ZBX, in primo annulo ſcimus naturam, nempe eſſe hyperbolam; reliqua ignoramus.

Tandem in propoſit. 23. locuti ſumus de infinitis figuris ZBX, ortis conſimili modo, planis ductis per BD, in infinitis annulis ABCHG, ortis ex reuolutione figurarum ABC, quæ ſint conſtantes ex duobus trilineis ſic diſpoſitis, vt baſes BD, ipſarum, euadant communis axis. Nec etiam figuras has ZBX, plus aliarum vſque nunc expoſitarum agnoſcemus, ſed tantum ſciemus ſolum in primo annulo ZBX, eſſe hyperbolam.

Hæ ſunt ergo nouæ figuræ planæ circa quas geometra operari poteſt, perquirendo ipſarum naturam, quadraturam, centra grauitatis &c. (ſi tamen horum aliqua ſunt reperibilia) Nos enim in præſenti de ipſis nullam maiorem tenemus notitiam traditam. Solum, vt licuit notare, ex ſuperioribus, agnouimus menſuram, & centra grauitatis ſolidorum ex ipſis circa axim, ſicuti & ipſorum ſegmentorum reſectorum planis baſibus parallelis. Sed ſicuti in miſcellaneo noſtro ex ſola menſura conoidis hyperbolici, & ex ſuppoſita quadratura hyperbolæ, quamplura tradidimus; ſic in præſenti, ſupponentes tantum prædictarum figurarum quadraturas, nobis liceret deducere ea omnia, quæ deduximus circa hyperbolam in miſcellaneo citato.

SCHOLIVM II.

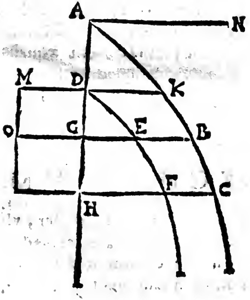
Dum impreſſio huiusceprimæ partis ad vmbilicum fere deducta eſſet, coacti fuimus ipſam prætermittere, ac à patria diſcedere, vt fungeremur officio noſtro viſitandæ Prouinciæ noſtræ Religionis iuxta morem annualem: qua viſitatione expleta, conſequenter fuit neceſſe Bononiam petere, ibique per aliquot dies commorari, ac incumbere rebus grauioribus religionis. Non tamen tunc temporis à rebus geometricis penitus abſtinuimus, ſed quotieſcunque aderat opportunitas animum recreabamus ijs ſpeculationibus, quas admirabilis Torricellius de motu conſcripſit. Hac ergo occaſione fuit à nobis animaduerſum, ipſum in lib. 2. lem. ad propoſit. 37. oſtendiſſe illud idem, quod nos incidenter patefecimus ſupra in ſchol. 2. propoſit. 2. nimirum, quod ſi conoides parabolicum quadraticum ſecetur plano parabolæ genitrici annuli erecto, & æquidiſtanter axi, ſectio erit parabola. Sed non modo oſtendit hoc, ſed amplius eſſe eandem parabolam cum genitrice conoidis, nempe cum ipſa habere idem latus rectum. Aſt antea ex lem. ad propoſit. 31. arripuimus occaſionem aliquid aliud oſtendendi. In dicto ergo lem. egregiè, iuxta morem, animaduertit Torricellius, quod ſi in ſeq. ſchem. HAC, HDF, ſint duæ ſemiparabolæ æquales, nempe habentes idem latus rectum, ipſas aſymptotos eſſe, hoc eſt ſemper

magis,

magis, magiſque inuicem accedentes; ac nunquam concurrentes. Demonſtratio facilliſſima videatur in loco citat. Torricellij, ac lector recipiat ſequentes notitias.

PROPOSITIO XXVI.

Si HAC, HDF, ſint æquales ſemiparabolæ quadraticæ, & Dk, ſit parallela HC, ſitque parallelogrammum MH, vt MD, DK, ſint æquales, & intelligamus omnia rotari circa DH. Exceſſus fruſti conoidalis ex DkCH, ſupra conoides ex HDF, erit æqualis cylindro ex MH, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.



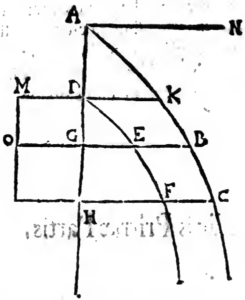
Acci-

ACcipiatur arbitrariè punctum G, ac per ipſum tranſeat planum OB, parallelum plano ex HFC, & ſit AN, lactus rectum ſemiparabolarum. Quoniam quadratum BG, eſt æquale rectangulo GAN, & quadratum GE, æquatur rectangulo ſub GD, & ſub AN; ergo differentia quadratorum BG, GE, erit æqualis rectangulo DAN; nempe quadrato Dk; nempe quadrato DM; nempe quadrato OG. Ergo etiam differentia circulorum ex ſemidiametris GB, GE, erit æqualis circulo cuius radius OG. Ergo armilla circularis ex EB, circa DH, erit æqualis circulo ex OG, circa DH. Cum ergo punctum G, ſumptum ſit arbitrariè, ergo omnes armillæ circulares ex quadrilatero DkCF, circa DH, erunt æquales omnibus circulis ex MH, circa DH; nempe exceſſus fruſti conoidalis ex HDKC, circa DH, ſupra conoides ex HDF, erit æqualis cylindro ex MH.

Quod vero oſtenſum fuit de totis, eſt manifeſtum probari quoque poſſe de partibus proportionalibus. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Sed hìc non ſiſtit diſcurſus noſter, vlteriùs progreditur. Patet enim ex ſæpe ſæpius decantatis doctrinis, exceſſum, & cylindrum dictum, etiam ad partes HC, in infinitum productos, eſſe quantitates pro-



proportionaliter analogas tam in magnitudine, quã in grauitate, tam ſecundum totum quam ſecundum partes proportionales. Sicuti ergo cylindrus ex MH, in infinitum producto eſt corpus ſibi ſimilare, nimirum quod eius partes reſectæ circulis circulo ex MD, parallelis, ſunt in eadem ratione cum partibus axis; v. g. vt HG, ad GD, ſic eſt cylindrus ex OH, ad cylindrum ex MG; ſic etiam erit vt HG, ad GD, ſic exceſſus dictus ex FEBC, ad exceſſum ex EDkB. Pariter ſicuti centrum grauitatis cuiuſlibet partis huius infiniti cylindrici eſt in medio axis. v. g. cylindri ex MH, eſt centrum grauitatis in medio DH, ſic in medio DH, erit centrum grauita-

tis

tis exceſſus prædicti ex FDKC. Hæc omnia ſunt nimis clara ijs, qui antecedentia perceperunt.

Patet ergo etiam exceſſum præſentem eſſe corpus ſimilare ijs, quæ explicauimus in ſchol. 2. propoſit. 19. miſcel. Sed hæc videat lector loc. citat. nobis enim ad ſecundam partem huius operis eſt properandum.

Finis Primæ Partis.

Digitized by Google

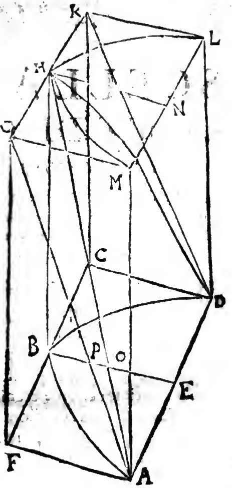
MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS SECVNDA.

IN QVA AGITVR DE CENTRIS ÆQVILIBRII in baſibus, & grauitatis in altitudinibus quamplurium truncorum cylindricorum diagonaliter reſectorum.

IN lib. 2. de infinit. parab. explicauimus doctrinam quandam de truncis infinitorum cylindricorum, quam pro impoſterum percipiendis, neceſſe eſt lectorem peroptime callere: etenim ex ipſa deducemus quamplurima noua ſymptomata, quorum notitias non putamus ipſi ingratas fore futuras. Sed in primis operæ pretium eſt ipſum reminiſci, quod vniuerſaliter deduximus in ſchol. 3. propoſit. 10. citat. lib. nimirum, exiſtente ABD, qualibet figura circa diametrum BE, ipſique circumſcripto parallelogrammo FD, ac tam ſuper ipſo, quam ſuper figura intellectis cylindricis rectis æquealtis

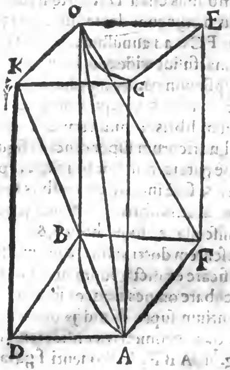
Digitized by Google



GD, & ABDLHM, ſectis plano diagonaliter tranſeunte per AD, & per KG; eſſe priſma AFGkCD, ad truncum ſiniſtrum ABDH, vt cylin-

cylindrus ex F D, ad ſolidum rotundum ex A B D, reuolutis ambobus circa D A. Item, eſſe aliud priſma, ad alium truncum dexterum, vt cylindrus ex F D, circa F C, ad annulum ex A B D, circa F C. Hæc doctrina fuſius videatur loco citat. explicata, etenim ex ipſa non parum ampliauimus doctrinam, quam habet Andreas Tacquet in ſuis cylindrorum, & annularium libris; nimirum cubauimus varios truncos cylindricorum ſuper diuerſis figuris exiſtentium, vt fusè patefactum fuit in ſchol. 3. propoſit. vltimæ lib. 2. & ferè innumeris vicibus licuit animaduertere tùm in alijs libris de infinitis parabolis, tùm in noſtro miſcellaneo hyperbolico, &c.

Sed præſentem doctrinam agis, magiſque poſſumus amplificare ex dictis ſupra in prima parte; nam poſſumus cubare omnes truncos ſiniſtros cylindricorum exiſtentium ſuper dimidijs omnium illarum figurarum, quas geometris conſiderandas propoſuimus. V. g. ſi A B F, in ſequenti figura, nobis repræſentet dimidiam figuram E G F, ſecantem quodlibet conoides parabolicum cuiuſcumque ſit ſpeciei, vt dictum eſt in propoſit. 2. & in ſchemate illius, & A F, repræſentet axim F G, illius figuræ, huic vero ſit circumſcriptum rectangulum D F, & tam ſuper ipſo, quam ſuper figura intelligamus cylindricos æquealtos ſectos plano diagonaliter tranſeunte per A F, & per k O. Habebimus rationem priſmatis A D k O F B, ad truncum ſiniſtrum A B F O. Quia habemus etiam in dicta propoſit. 2. rationem

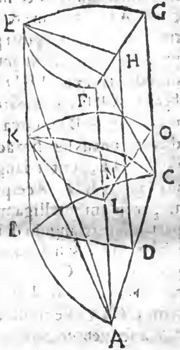


cylindri eſt DF, circa FA, ad ſolidum rotundum ex ſemifigura ABF, circa axim FA. Quod vero dictum eſt de hac, intelligatur etiam de cæteris figuris, quas ſcholio ant. recitauimus.

Sed doctrina de truncis, non modo poteſt ampliari vt dictum eſt, ſed etiam alio modo, nimirum, indagando centra grauitatis in altitudinibus, & æquilibrij in baſibus variorum truncorum cylindricorum, quod vtique erit ſubiectum huius ſecundæ partis. De

his centris, quæ nos deinceps aſſignabimus, neſcimus aliquem verba feciſſe, Cauallerio excepto, qui pauca in exercit. geomet. exercit. 5. circa hanc materiam recenſuit, quæ & nos infra explicabimus. Sed vt ad rem proprius accedamus, diligentius quam fieri poterit, explicabimus ea, quæ continentur in propoſit. 10. lib. 2.

In qua ſupponentes in ſchem. ſequenti ABC, eſſe quamlibet figuram circa diametrum BD, & ſuper ipſa exiſtere cylindricum rectum ABCGEF, ſectum diagonaliter plano tranſeunte per AC, & per E: probauimus tam truncum ſiniſtrum ABCE, eſſe ad ſolidum ex ABC, circa CA, vt EB, ad circumferentiam circuli cuius radius BD; quam truncum dexterum ACGEF, eſſe ad ſolidum ex ABC, reuoluta circa ductam per B, ipſi AC, parallelam, vt EB, ad eandem circumferentiam.



Propoſitionem probauimus, & per indiuiſibilia, & more antiquorum, ſed ipſam oſtendemus aliter, ac ibidem factum fuit, per indiuiſibilia. Sit ergo.

PRO-

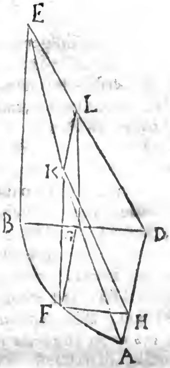
PROPOSITIO PRIMA.

Propoſitio 10. *lib.* 2. *aliter oſtenſa.*

VT etiam in dicta propoſitione 10. factum eſt, ad euitandam confuſionem, oſtendemus hoc in trunco ſiniſtro, & in ſolido rotundo ex ABC, circa AC; ea ſemet enim erit demonſtratio in alio trunco, vt conſideranti patebit. Immo vt diſtinctius procedamus, oſtendemus hoc in ſequenti figura in dimidio trunco ABDE, exiſtente ſuper dimidia figura ABD, comparando eam cum ſolido orto ex rotatione ABD, circa AD. Exponatur ergo prædictus truncus ſeorſim acceptus, qui ſit ABDE, ac ducta DE, erit triangulum DBE, erectum ad planum ABD. Accipiatur arbitrariè punctum H, ac per ipſum intelligamus tranſire planum HFk, parallelum triangulo EBD. Erit ergo etiam HFk, triangulum; & ſi ducatur FG, parallela AD, & per punctum G, in plano BED, ducatur GL, parallela EB, & kF; faciliime patebit, triangulum LGD, eſſe ſimile, & æquale triangulo kFH; & conſequenter triangulum HFk, eſſe ſimile triangulo EBD, & eſſe vt kF, ad FH, ſic EB, ad BD. Et permutando, vt EB, ad KF, ſic BD, ad FH. Sed vt BD, ad FH, ſic circumferentia circuli cuius radius BD, ad circumferentiam circuli cuius radius FH. Ergo vt EB, ad kF, ſic circum-

feren-

ferentia ex radio B D, ad circumferentiam ex radio F H. Et permutando, vt E B, ad circumferentiam ex radio B D, ſic K F, ad circumferentiam ex radio F H. Porrò, vt K F, ad circumferentiam ex radio F H, ſic ex ſchol. propoſit. 6. lib. 2. triangulum k F H, ad circulum ex F H, circa A D, reuoluta. Ergo & vt E B, ad circumferentiam ex B D, ſic triangulum k F H, ad circulum ex radio F H, circa A D. Sed punctum H, ad libitum acceptum fuit. Ergo & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Ergo & vt E B, ad circumferentiam radij B D, ſic omnia triangula trunci A B D E, parallela triangulo D B E, ad omnes circulos ſolidi rotundi geniti ex figura A B D, reuoluta circa A D, parallelos circulo genito à B D. Ergo & ſic truncus ad ſolidum rotundum. Quod erat oſtendendum.



SCHO-

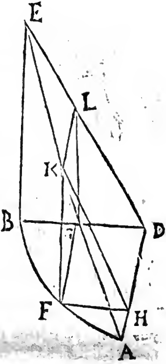
SCHOLIVM.

Sed lector diligenter animaduertat, quod probatum fuit de totis prædictis ſolidis, probari etiam poſſe de partibus ipſorum proportionalibus. Non ſolum enim verum eſt, totum truncum ABDE, eſſe ad totum ſolidum ex ABD, vt EB, ad illam circumferentiam, ſed etiam partem trunci AFkH, eſſe ad partem ſolidi rotundi ortam ex AFH, reuoluta circa AD, in dicta ratione. Et pariter, eſſe reſiduam partem trunci, ad reſiduam partem ſolidi ex HFBD, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Quare erit & vt pars trunci AHFK, ad partem ſolidi ex AFH, ſic reliqua pars trunci, nempe, HkFBED, ad reliquam partem ſolidi rotundi ex HFBD. Ergo & permutando, partes trunci erunt ad inuicem, vt partes ſolidi rotundi; nempe, pars trunci DEBFHk, erit ad partem HkFA, vt pars ſolidi rotundi genita ex HFBD, ad partem genitam ex AFH. Idem probaretur de cæteris partibus proportionalibus. Quare vniuerſaliter poteſt deduci, iuxta doctrinas explicatas in noſtro 4. lib. truncum ABDE, & ſolidum ex ABD, circa AD, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

Item, quoniam ducta kL, non ſolum pars trunci

ci

ci KHFBED, eſt ad partem ſolidi ex HFBD, vt EB, ad circumferentiam radij BD, ſed etiam facile probari poteſt, eſſe etiam priſma HFkLGD, ad cylindrum ex FD, circa DA, in prædicta ratione; ergo etiam erit vt EB, ad circumferentiam radij BD, ſic reliquum ad reliquum; nempe pars trunci FBELk, ad annulum ortum ex FBG, reuoluta circa DA. Quod ſi mente intelligamus accipi inter G, F, quodlibet punctum, ac per ipſum tranſire planum parallelum trapezio EBGL, ſecans



ſolidum FBELk, in duas partes, & pariter FBG; eodem modo patebit, quamlibet partem illius ſolidi, eſſe ad partem annuli factam à parte ipſius FBG, ſibi correſpondente, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Item permutando, eſſe partem trunci ad partem trunci, vt pars annuli ad partem annuli. Quare rurſum deducemus, iuxta doctrinas in dicto 4. lib. explicatas, ſegmentum FBELk, & annulum ortum ex gyratione FBG, circa AD,

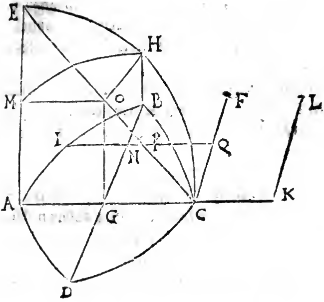
N eſſe

eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Omnium ergo horum ſolidorum centra æquilibrij, & grauitatis proportionaliter ſecabunt A D. V. g. in eodem puncto ſecabitur A D, à centro æquilibrij trunci A B D E, & à centro grauitatis ſolidi rotundi ex A B D; ſic dicatur de cæteris.

SCHOLIVM II.

Licet propoſitio probata ſit de trunco ſiniſtro cylindrici exiſtentis ſuper ſemifigura A B D, habente baſim, A D, attamen eſt vniuerſaliſſima, & verificatur etiam de figuris baſi carentibus. V. g. ſit quælibet figura A B C D, circa diametrum A C, & ſuper dimidia ipſius A B C (ſufficit enim oſtendere in dimidia) intelligamus A B C E, truncum ſiniſtrum cylindrici recti ſecti plano tranſeunte per C F, erectam ipſi A C, à puncto C, in plano A B C, & per E, punctum in latere erecto à puncto A, plano A B C. Oſtenſum quoque eſt ex dicta propoſit. 10. lib. 2. & facile probari poteſt ſecundum antecedentia, truncum C A B E, eſſe ad ſolidum rotundum ex A B C, circa C F, vt E A, ad circumferentiam radij A C: & ad modum ſuperiorum poteſt deduci, truncum prædictum, cum annulo ex A B C, circa C F, eſſe quantitatem proportionaliter analogam, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum,

quam



quam ſecundum partes proportionales. Ex quibus deducetur, quod ſi C F, ſit axis ſolidi rotundi, quod eodem modo ſecabitur à centro grauitatis ſolidi rotundi, & à centro æquilibrij trunci appenſi ſecundum CF.

Sed intelligamus quodlibet planum GOHB, rectum plano ABC, ac ſecans truncum in duo ſegmenta. Patet ex ſupra dictis, partem ipſius GHC, eſſe quantitatem proportionaliter analogam cum annulo orto ex reuolutione ſegmenti GBC, circa C (eſt enim GBC, ſemifigura circa diametrum C:) quare etiam reliqua pars trunci GHEA,

erit proportionaliter analoga cum annulo orto ex reuolutione ABG, circa FC. Eodem ergo modo ſecabitur FC, à centro grauitatis illius annuli, & à centro æquilibrij illius ſegmenti trunci appenſi ſecundum FC.

Sed cylindricus erectus ſuper ABC, non ſecetur plano tranſeunte per CF, & per E, ſed intellecta KL, parallela FC, intelligamus etiam planum diagonale tranſire per kL, & per punctum E. Si geometra obſeruauerit, quæ diximus in citat. propoſit. 10. lib. 2. & in præſenti, facile probabit, truncum ſiniſtrum illius cylindrici, eſſe ad annulum latum ex ABC, circa KL, vt EA, ad circumſerentiam à radio Ak, genitam. Ex quibus conſequenter ad ſuperius dicta eliciet, truncum prædictum cum antedicto annulo lato, eſſe pariter quantitatem proportionaliter analogam, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare agnoſcet, LK, ſecari eodem pacto à centro grauitatis annuli lati, & à centro æquilibrij illius trunci ſiniſtri appenſi ſecundum Lk.

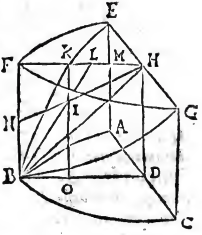
Quot igitur centra æquilibrij variorum truncorum ſint reperibilia, ex ſparſim dictis in noſtro 4. lib. in miſcellaneo hyperbolico, & in prima parte huius operis, infra patebit. Sed prius de verbo ad verbum hoc in loco tranſcribenda eſt propoſit. 21. exercit. 5. Caualerij, quæ erit nobis.

PROPOSITIO II.

Si cylindricus EFGCBA, in oppoſitis baſibus ABC, EFG, conſtitutus, quæ ſingulæ ſint parallelogrammum, vel vna quæcunque ex ſæpe dictis infinitis parabolis, ſeù trilineis circa diametros BD, FH, & in baſibus AC, EG, exiſtentibus plano per verticem vnius dictarum oppoſitarum baſium, & per baſim alterius tranſeunte, vt per B, EG, ſecetur: ſit autem L, centrum grauitatis baſis EFG, & ſubinde centrum æquilibrij cylindrici EFGCBA; & fiat vt FH, ad duplam LH, ita Fk, ad KH; & vt FH, ad HL, ita FM, ad MH. Erunt K, M, centra æquilibrij truncorum; K quidem eius, quod tribus ſuperficiebus EFG, EBG, EFGBE, vel quatuor; & M, reliqui, quod quinque EBG, ABC, EACG, EBA, GBC, comprehenditur.

DVcantur BL, & HN, quæ bifariam ſecet ipſam BF, in N, ijs concurrentibus in I, iungaturque Ik. Quoniam ergo in duas rectas HF, BF, ab earum terminis H, B, reflectuntur duæ rectæ HN, BL, erit per oſtenſa à Ptolemæo lib. pri. Almageſti cap. 12. proportio ipſius HL, ad LF, compoſita ex proportione HI, ad IN, & NB, ad BF. At ſi inter HL, LF, de foris ſumamus duplam HL, eadem ratio ipſius HL, ad LF, erit compoſita ex rationibus HL, ad duplam HL, & duplæ

duplæ HL, ad LF. Ergo duæ rationes HI, ad IN, & NB, ad BF, æquantur duabus rationibus, nempe ipſius HL, ad duplam HL, & duplæ HL, ad LF. Sed ratio ipſius HL, ad duplam HL, eadem eſt rationi ipſius NB, ad BF, cum vtraque ſit ſubdupla. Ergo ratio duplæ HL, ad LF, eadem eſt rationi HI, ad IN. Quia vero vt FL, ad duplam LH, ita ex conſtructione, Fk, ad kH, erit conuertendo, vt dupla HL, ad LF, hoc eſt per oſtenſa, vt HI, ad IN, ita HK, ad KF. Erit ergo Ik, parallela FB. Quoniam vero I, eſt centrum grauitatis trunci EFGB, quia HN, tranſit per centra grauitatis omnium parallelogrammorum, quæ fiunt à ſecantibus planis ipſi EC, parallelis; & BL, tranſit per centra grauitatis omnium parabolarum, vel trilineorum in trunco EFGB, conceptorum, ac ipſi baſi EFG, æquidiſtantium (*quia ex oſtenſis in propoſit. 2. lib. 1. & in ſcholio eiuſdem, omnes illæ parabolæ, ſunt eiuſdem generis, & pariter eiuſdem generis ſunt omnia trilinea, quæ omnia niſi eſſent eiuſdem generis non verificaretur aſſertum.*) Ideo erit K, eiuſ-



Digitized by Google

eiuſdem trunci centrum æquilibrij.

Rurſum, quia vt truncus inferior EABCG, ad ſuperiorem EFGB, ita eſt FL, ad LH; *(ex propoſit. 1. lib. 3.)* & vt FL, ad duplam LH, ita ex conſtructione, eſt Fk, ad kH: ideo vt FL, ad LH, ſeù vt truncus inferior ad ſuperiorem, ita erit Fk, ad dimidiam kH. Et componendo, vt FH, ad HL, ſeù ex conſtructione, vt FM, ad MH, ita erit Fk, cum dimidia kH, ad dimidiam kH. Et iterum componendo, vt Fk, cum duobus dimidijs kH, ſeù cum kH, hoc eſt vt tota FH, ad dimidiam kH, ita erit eadem FH, ad HM. Ergo HM, erit dimidia kH. Cum vero oſtenſum ſit, FK, ad dimidiam KH, eſſe vt FL, ad LH: erit FK, ad MH, vt tota FL, ad totam LH. Vnde reliqua KL, ad reliquam LM, erit vt tota FH, ad totam LH; ſcilicet vt truncus inferior ad ſuperiorem. Cum ergo L, ſit centrum æquilibrij totius cylindrici, & K, trunci ſuperioris, erit M, centrum æquilibrij trunci inferioris. Licet autem figura exhibeat parabolam, idem tamen currit in parallelogrammo, & in quocunque trilineo, quia BL, HN, ſunt ſemper axes grauitatis in huiuſmodi truncis, talibus cylindricorum ſuppoſitis baſibus.

SCHOLIVM.

Cum ergo punctum K, ſit centrum æquilibrij totius trunci ſuperioris GEFB, ſequitur quod ſi in ſemiſi-

mifigura HFE, mente intelligamus duci per K, parallelam EH, in aliquo puncto ipſius erit centrum æquilibrij dimidij trunci ſuperioris HEFB. Pariter ſi per punctum M, ducatur parallela EH, in aliquo puncto ipſius erit centrum æquilibrij dimidij trunci inferioris DBAEH.

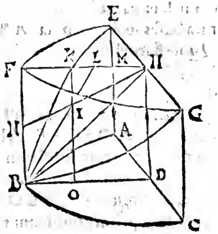
Punctum K, ergo centrum æquilibrij trunci ſuperioris diuidit FH, in K, vt FK, ſit ad kH, vt FL, ad LH, duplam: ſed cum in infinitis parabolis ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 3. FL, ad LH, ſit vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ; erit FL, ad duplam LH, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ. Erit ergo FK, ad KH, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ. Nempe in prima, vt 2. ad 2. In ſecunda, vt 3. ad 4. in tertia, vt 4. ad 6. & ſic in infinitum, augendo antecedens vnitate, conſequens vero binario. Item, quoniam M, centrum æquilibrij trunci inferioris, diuidit FH, in M, vt ſit FM, ad MH, vt FH, ad HL, & rurſum cum ſit FL, ad LH, vt numerus vnitate auctus ad numerum, erit componendo FH, ad HL, vt duplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Erit ergo FM, ad MH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum. Nempe in prima parabola, vt 3. ad 1. In ſecunda vt 5. ad 2. In tertia vt 7. ad 3. & ſic in infinitum, augendo antecedens binario, conſequens vero vnitate.

Sed ſi DBA, ſupponatur eſſe quodlibet ex infi-

nitis

Digitized by Google

nitis trilineis cuius diameter B D; quoniam in talibus trilineis, ex loc. citat. eſt FL, ad LH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem; erit F L, ad duplam LH, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Erit ergo F k, ad KH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Nempe in primo, vt 2. ad 2. In ſecundo, vt 3. ad 2. In tertio vt 4. ad 2. & ſic in infinitum, augendo antecedens vnitate, & retinendo binarium pro conſequenti. Pariter in trunco inferiori, quoniam componendo, eſt FH, ad HL, vt numerus trilinei binario auctus, ad vnitatem; erit etiam FM, ad MH, vt numerus binario auctus, ad vnitatem. Nempe in primo, vt 3. ad 1. In ſecundo, vt 5. ad 1. In tertio, vt 7. ad 1. Et ſic in infinitum, augendo ſemper antecedens binario, & retinendo vnitatem pro conſequenti.



SCHOLIVM II.

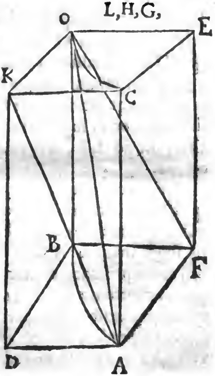
Nunc coniungamus ſimul parallelogrammum cum ſuperioribus figuris, ſeù cum dimidijs ipſarum

O faci-

facilitatis gratia. Intelligamus ergo A B F, in ſequenti ſchemate, eſſe quamlibet ex infinitis ſemiparabolis, cuius diameter B F, baſis A F, & D F, ſit parallelogrammum ipſi circumſcriptum, & ſuper parallelogrammo intelligamus parallelepipedum rectum k F: patet hoc diuidit in duos cylindricos, quorum baſes ſemiparabola A B F, & trilineum A B D. Quod ſi intelligamus duci planum diagonaliter per F A, & per O k, hoc ſecabit parallelepipedum, & duos cylindricos, in duos truncos; parallelepipedum quidem in duo priſmata A D B F O k, ſiniſtrum, & dexterum K O E C A F: cylindricum ſuper ſemiparabola in truncum ſiniſtrum A B F O, & dexterum O C E F A: & cylindricum ſuper trilineo A D B, in truncum ſiniſtrum A D B O k, & dexterum kOCA. Amplius, priſma ſiniſtrum parallelepipedi, conſtabit ex truncis ſiniſtris cylindricorum exiſtentium ſuper ſemiparabola, & trilineo; ſicuti priſma dexterum conſtabit ex truncis dexteris. Hinc fit, quod cum in O E, habeamus centrum æquilibrij priſmatis ſiniſtri, & pariter trunci ſiniſtri A B F O, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola (eſt enim hic truncus ſiniſter, idem cum trunco H E F B, ſchematis ſuperioris, quia idem eſt in illo ſchemate, ſecare cylindricum plano tranſeunte per E H, & per B, ac in præſenti, ſecare cylindricum plano tranſeunte per F A, & per O) pariter cum ex alibi à nobis dictis, poſſimus elicere rationem trunci ſiniſtri cylindrici ſuper ſemiparabola, ad truncum ſiniſtrum

cylin-

cylindrici ſuper trilineo, habebimus etiam in OE, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri ADBOk, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo. Eodem modo oſtendemus, poſſe haberi in OE, centrum æquilibrij trunci dexteri kOCA, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo, quia habemus centra æquilibrij priſmatis dexteri, & trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola; & pariter ex alibi à nobis dictis, habemus rationem trunci dexteri ſuper ſemiparabola, ad truncum dexterum ſuper trilineo.



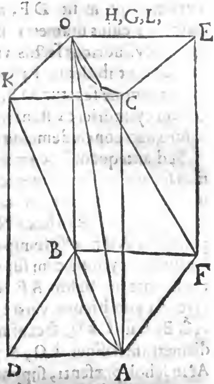
Sed trunci ſiniſtri ADBOk, centrum æquilibrij, non ſecat OE, ſecundum aliquam pulchram ſeriem, quamuis numero poſſit exprimi, in qua ratione ſecetur OE, à tali centro æquilibrij; quod nos exemplificabimus in ſemiparabola quadratica. In qua, quia ex dictis in ſchol. anteced. OE, ſecatur ab H, centro æquilibrij priſmatis ADBFOK, vt OH, ſit ſubdupla HE; & pariter ſic ſecatur in G,

Digitized by Google

centro æquilibrij trunci ſiniſtri A B F O, vt O G, ſit ad G E, vt 3. ad 4. nempe vt 9. ad 12. ergo, quarum tota O E, erit 21. O H, erit 7. O G, erit 9; & H G, erit 2. Ergo quarum H G, erit 14. talium tota O E, erit 147. O H, 49. & O G, 63. Cum ergo ex ſchol. 1. propoſit. 14. lib. 2. ſit priſma A B D F O k, ad truncum ſiniſtrum A B F O, vt 15 ad 8. quia ſic eſt cylindrus ad ſemifuſum ex A B F, circa A F; erit diuidendo, truncus A B D k O, ad truncum A B F O, vt 7. ad 8. ſeù vt 14. ad 16. Fiat G H, ad H L, vt A B D k O, ad A B F O. Ergo L, erit centrum æquilibrij trunci A B D k O, & H L, erit 16, quorum O H, erat probata 49. Ergo reliqua O L, erit talium 33. Sed talium tota O E, erat 147. Ergo talium reliqua L E, erit 114. L, ergo, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri A D B O k, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo, ſic ſecabit O E, vt O L, ſit ad L E, vt 33. ad 114. nempe vt 11. ad 38.

Pariter exponemus e. g. in numeris in parabola quadratica, in qua ratione ſecetur O E, à centro æquilibrij trunci dexteri A k O C, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo A D B. Sit H, centrum æquilibrij totius priſmatis dexteri k O E C A F, & G, ſit pariter centrum æquilibrij trunci dexteri C O E F A, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola. Ergo ex ſchol. anteced. O H erit ad H E, vt 2. ad 1. nempe vt 14. ad 7. & O G, erit ad G E, vt 5. ad 2. nempe vt 15. ad 6. Quarum ergo tota O E, erit 21. talium

O G,



OG, erit 15. OH, 14. & GH, 1. Si ergo fiat vt AkOC, ad COEFA, ſic reciprocè GH, ad HL, erit L, centrum æquilibrij trunci AkOC. Sed cum totum priſma ſit ad COEFA (quia ad ipſum eſt vt cylindrus ex DF, ad annulum ex ſemiparabola ABF, circa DB, ex ſchol. 3. prop. 10. lib. 2.) vt 5. ad 4. ex ſchol. 2. prop. 14. lib. 3. erit diuidendo, AKOC, ad COEFA, vt 1. ad 4. Quarum ergo HG, eſt 1. talium erit HL, 4. Sed talium erat OH, 14. Ergo reliqua OL, erit talium 10. Sed OE, erat talium 21. Ergo reliqua LE, erit 11. Eſt ergo OL, ad LE, vt 10. ad 11.

SCHOLIVM III.

Sed pariter intelligamus ABF, eſſe vnum ex infinitis trilineis, (licet ſchema non exprimet) cuius diameter BF, baſis AF, parallelogrammum ei cir-

circumſcriptum ſit DF, adeo vt ADB, ſit ſemiparabola cuius diameter BD, baſis DA. Intelligamus cylindricos ſectos vt ſupra in anteced. ſchol. & omnia vt ibidem. Pariter in numeris eliciemus, in qua ratione ſecetur OE, à centris æquilibrij truncorum cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola, quæ centra dari concludemus vt ibidem.

Sed antequam hæc exemplificemus, admonebimus lectorem, ſibi diligenter conſiderandum eſſe, diuerſam fore ſectionem talium cylindricorum in ſchol. anteced. & in hoc. Nam in ſchol. anteced. ſupponentes ABF, eſſe ſemiparabolam cuius baſis AF, ſecauimus cylindricum ſuper ipſa exiſtentem, plano tranſeunte per baſim AF, & per O, punctum in latere; cylindricum vero exiſtentem ſuper trilineo ADB, ſeù CkO, ſecauimus plano tranſeunte per diametrum trilinei kO, & per punctum in latere A. At in ſchol. præſenti, ſupponentes ABF, eſſe trilineum, cuius baſis AF, ſecamus cylindricum erectum ſuper ipſo, plano tranſeunte per baſim AF, trilinei, & per O, punctum in latere: quia vero ſemiparabola eſt ADB, vel CkO, cuius diameter Ok, ſecamus cylindricum ſuper ipſa ſitum, plano tranſeunte per KO, diametrum ſemiparabolæ, & per punctum in latere A.

Trunci autem ſiniſtri ADBOk, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola ADB, ſic venabimur in OE, centrum æquilibrij. Sit H, centrum æquilibrij priſmatis ſiniſtri, & G, centrum æquilibrij trunci ſi-

ci ſi-

cis ſiniſtri ABFO. Ergo ex ſchol. pri. OH, erit ad HE, vt 1. ad 2. nempe vt 5. ad 10. & OG, erit ad GE, vt 3. ad 2. nempe vt 9. ad 6. Quarum ergo tota OE, eſt 15. talium OH, eſt 5. OG, 9. & GH, 4. Ergo quarum GH, erit 20. talium tota OE, erit 75. OH, 25. & OG, 45. Quoniam vero totum priſma ADBFOK, ad truncum ſiniſtrum ABFO, eſt vt 6, ad 1. (quia cum ſit ad ipſum vt cylindrus ex DF, ad conicum ex ABF, circa baſim AF, ex citat. ſchol. 3. propoſit. 10. lib. 2. cylindrus eſt ad conicum ex 2. parte propoſit. 15. lib. 2. per conuerſionem rationis, vt 12. & 2. ſeù vt 6. ad 1.) Ergo diuidendo erit truncus ADBOk, ad truncum ABFO, vt 5. ad 1. Cum ergo ſi fiat reciprocè vt ADBOk, ad ABFO, ſic GH, ad HL, ſit L, centrum æquilibrij trunci ADBOK; quarum GH, erit 5. talium HL, erit 1. & quarum GH, erit 20. talium HL, erit 4. Sed quarum HG, erat 20. talium OH, erat 25. & tota OE, 75. Ergo talium OH, erit 21. & LE, 54. L, ergo centrum æquilibrij trunci ADBOK, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola quadratica, ac reſecti plano tranſeunte per punctum in latere & per diametrum ipſius, ſic ſecat OE, ſeù DA, baſim ſemiparabolæ in L, vt OL, ſit ad LE, vt 21. ad 54. ſeu vt 7. ad 18.

Pariter ſic reperiemus, in qua ratione ſecetur OE, à centro æquilibrij trunci AKOC. H, centrum æquilibrij priſmatis dexteri ſic ſecat OE, ex ſchol. 1.

Digitized by Google

vt OH, ſit ad HE, vt 2. ad 1. nempe vt 4. ad 2. G, vero centrum æquilibrij trunci dexteri COEFA, ſic diuidit, vt OG, ſit ad GE, vt 5. ad 1. Quarum igitur OE, eſt 6. talium OG, eſt 5. OH, 4. & GH, 1. Quia vero ex prim. parte propoſit. 15. lib. 2. eſt per conuerſionem rationis, cylindrus ex DF, ad ſolidum ex trilineo ABF, circa DB, diametrum parabolæ, vt 4. ad 2. ſeu vt 2. ad 1. cum ſit etiam in tali ratione, ex ſchol. 3. citat. propoſit. 10. lib. 2. priſma CKOEFA, ad truncum COEFA, erit diuidendo, truncus CKOA, ad truncum COEFA, vt 1. ad 1. Si ergo fiat HL, æqualis HG, erit L, centrum æquilibrij trunci KOCA. Quarum autem tota OE, erat 6. talium OH, erat 4. & HG, 1. ergo etiam talium HL, erit 1. & OH, HF, 3. ac proinde æqualis. H, ergo centrum æquilibrij illius trunci KOCA, ſecat OE, bifariam.

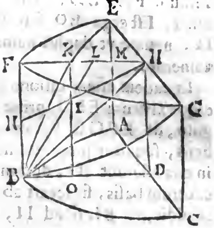
PROPOSITIO III.

Datis iiſdem, quæ in antecedenti propoſit. in parabola, Lk, eſt ad KF, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum parabolæ vnitate auctum.

QVoniam enim eſt vt FL, ad duplam LH, ſic FK, ad KH; ergo & componendo, vt FH, cum HL, ad duplam LH, ſic FH, ad Hk. Et permutando, vt FH, cum HL, ad FH, ſic dupla HL, ad Hk. Cum vero ſit vt tota FH, cum HL,

ad

ad totam FH, ſic ablata dupla HL, ad ablatam HK; ergo & reliqua FL, erit ad reliquam FK, vt tota ad totam; nempe vt FH, cum HL, ad FH. Cum vero ſit FH, ad LH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, erit FH, cum HL, ad FH, & conſequenter, LF, ad Fk, vt triplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Et diuidendo erit Lk, ad KF, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum vnitate auctum. Quod &c.



SCHOLIVM.

Ex præſenti propoſitione elicitur, quod kIO, (quam deinceps appellabimus altitudinem trunci EFGB, quod ſic intelligendum erit in alijs) ſic ſecatur ab I, centro grauitatis prædicti trunci, vt OI, ſit ad IK, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Nempe in prima, vt 3. ad 1. In ſecunda, vt 5. ad 2. In tertia vt 7. ad 3. Et ſic in infinitum, augendo antecedens binario, con-

ſequens vero vnitate. Quod patet, quia ob parallelismum FH, BD, triangula kIL, BIO, ſunt ſimilia. Eſt ergo BO, ſeu Fk, ad KL, vt OI, ad Ik, nempe vt duplus numerus vnitate auctus, ad numerum.

In eadem etiam ratione erit BI, ad IL. Cum ergo exiſtente EFG, prima parabola, nempe triangulo, ſit EFGB, Pyramis triangularem baſim habens, ſequitur propoſitionem ab alijs propoſitam, in qua aſſerunt BL, ductam à vertice pyramidis ad centrum baſis, ſic ſecari ab I, centro grauitatis pyramidis, vt BI, ſit ad IL, vt 3, ad 1. poſſe eſſe huius corollarium.

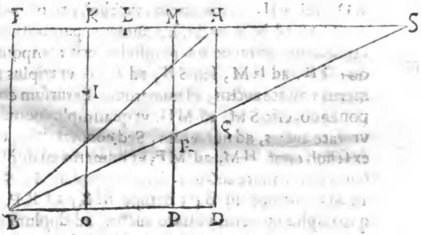
Quod vero I, ſit centrum grauitatis prædicti trunci, patuit ſupra, dum dictum fuit in HN, eſſe centrum grauitatis omnium parallelogrammorum trunci parallelorum parallelogrammo AG, & pariter in BL, eſſe centrum grauitatis omnium parabolarum trunci EFGB, nempe omnium planorum ipſi parabolæ GFE, parallelorum.

Eodem modo patet, ſi à puncto B, ad medium punctum HD, mente intelligamus duci lineam, in ipſa eſſe centrum grauitatis omnium parallelogrammorum trunci dexteri, CAEGB, & ſubinde ipſius trunci. Si ergo per punctum M, centrum æquilibrij trunci, mente intelligamus duci lineam parallelam HD, ſecantem priorem ductam; punctum in quo ſe ſecant, erit centrum grauitatis prædicti trunci dexteri.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Centrum grauitatis trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper quacunque parabola, reſecti vt ſupra per baſim, & punctum in latere, ſic diuidit eius altitudinem, vt pars non terminans ad baſim, ſit ad reliquam, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum.

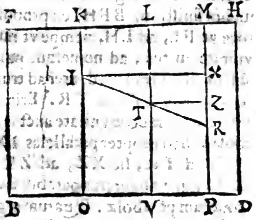


VT diſtintius deinde procedamus, in ſequenti figura exponatur parallelogrammum FD, ſeorſim antecedentis figuræ, adeo vt triangulum BFH, repræſentet nobis truncum ſiniſtrum GEFB; triangulum vero BHD, repræſentet nobis truncum dexterum AEGCB; K, ſit centrum æquilibrij trunci

ſiniſtri; L totius cylindrici; M, dexteri; & I, ſit centrum grauitatis trunci ſiniſtri: ſit MP, altitudo trunci dexteri BHD. Dico hanc ſic ſecari à centro grauitatis prædicti trunci dexteri, vt pars terminata ad M, ſit ad reliquam, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ducatur BQ, ad medium punctum HD, ſecans MP, in R, & occurrens FH, in S. Erit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri, quia hoc eſt tam in MP, quam in BQ. Ob parallelismum HS, BD, & æqualitatem HQ, QD, erit HS, æqualis BD, vel FH. Cum autem, ex ſchol. pri. propoſit. 2. ſit FM, ad MH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, erit componendo; FH, ad HM, ſeù SH, ad HM, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Et rurſum componendo, erit SM, ad MH, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Sed conuertendo, erat ex ſchol. citat. HM, ad MF, vt numerus ad duplum numerum vnitate auctum. Ergo ex æquali, erit SM, ad MF, nempe ad BP; nempe MR, ad RP, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Quod &c. Erit ergo MR, ad RP, in pri. para. vt 5. ad 3. In ſecunda, vt 9. ad 5. In tertia, vt 13. ad 7. & ſic in infinitum, augendo antecedens, quaternario, conſequens vero binario.

ALI-

ALITER.



IN ſequenti ſchemate, ducatur LV, in cuius medio puncto T, erit centrum grauitatis totius cylindrici repræſentati ab FD. Sit I, centrum grauitatis trunci ſiniſtri, & ducatur ITR, occurrens MP, in R. Erit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus. Dico MR, eſſe ad RP, vt quadruplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ducantur IX, TZ, parallelæ FH. Erit ergo ex ſchol. propoſit. 3. KI, ad IO, ſeu MX, ad XP, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum vnitate auctum; nempe vt duplus numerus, ad quadruplum numerum binario auctum. Quarum ergo

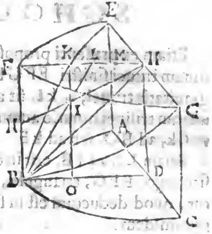
MP,

M P, eſt ſextuplus numerus binario auctus, M X, eſt duplus numerus. M Z, quia dimidia M P, erit triplus numerus vnitate auctus, & X Z, erit numerus vnitate auctus. Cum ergo truncus B H D, dexter ſit ad truncum ſiniſtrum B F H, ex propoſit. pri. lib. 3. reciproce vt F L, ad L H, nempe vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ; & pariter cum ſit idem truncus dexter ad truncum ſiniſtrum, vt reciprocè I T, ad T R. Erit & I T, ad T R, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Sed propter parallelas I X, T Z, eſt etiam vt I T, ad T R, ſic X Z, ad Z R. Ergo & X Z, ad Z R, erit vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Quarum ergo X Z, eſt numerus parabolæ vnitate auctus, Z R, eſt numerus parabolæ. Sed talium erat M Z, triplus numerus vnitate auctus, & M P, ſextuplus numerus binario auctus. Ergo talium erit M R, quadruplus numerus vnitate auctus, & reliqua R P, duplus numerus vnitate auctus. Eſt ergo M R, ad R P, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitatem auctum. Quod &c.

PROPOSITIO V.

Datis iiſdem, quæ in propoſit. 2. in duplicato trilineo, L k, eſt ad K F, vt vnitas ad numerum trilinei binario auctum.

Quo-



QVoniam enim eſt ex hypotheſi, Fk, ad kH, vt FL, ad duplam LH; ergo & componendo, vt FH, cum HL, ad duplam LH, ſic FH, ad Hk. Et permutando, erit FH, cum HL, ad FH, vt dupla HL, ad Hk. Cum ergo ſit vt tota ad totam, ſic ablata ad ablatam, erit & reliqua ad reliquam, vt tota ad totam. Eſt ergo vt FH, cum HL, ad FH, ſic LF, ad FK. Cum vero ex hypotheſi, ſit FL, ad LH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem, erit duabus vicibus componendo, FH, cum HL, ad HL, vt numerus trilinei ternario auctus, ad vnitatem. Quare per conuerſionem rationis, erit FH, cum HL, ad FH, vt numerus trilinei ternario auctus, ad numerum binario auctum. Ergo & LF, ad Fk, erit vt numerus ternario auctus, ad numerum binario auctum. Et diuidendo, erit LK, ad kF, vt vnitas, ad numerum binario auctum. Nempe in primo vt 1. ad 3. In ſecundo, vt 1. ad 4 In tertio, vt 1. ad 5. Et ſic in infinitum, augendo conſequens vnitate, & retinendo vnitatem pro antecedenti. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Etiam ex præſenti propoſit. elicitur, k O, altitudinem trunci ſiniſtri E F G B, ſic diuidi ab I, centro grauitatis trunci, vt k I, ſit ad I O, vt vnitas, ad numerum trilinei binario auctum. Eſt enim k I, ad IO, vt L k, ad B O, ſeù ad k F.

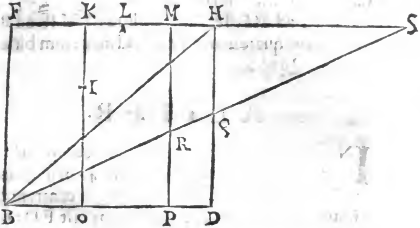
Etiam L I, ad I B, erit in eadem ratione. Suppoſito ergo E F G, triangulo, etiam in præſenti elicitur, quod deductum eſt in ſcholio propoſit. 3. circa pyramidem.

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo parabolico, ſecto vt dictum eſt in propoſit. 2. *ſic diuidit eius altitudinem, vt pars non terminans ad baſim, ſit ad reliquam, vt numerus quaternario auctus, ad numerum binario auctum.*

ETiam in hac propoſitione diſtinctionis gratia, exponatur in ſequenti figura, tantum parallelogrammum F D, cum cæteris vt in ſchemate ſuperiori, ita vt B F H, gerat vicem trunci ſiniſtri, B H D, verò trunci dexteri. Pariter nunc, k, ſit centrum æquilibrij trunci ſiniſtri, L totius cylindrici; M, trunci dexteri; & dacta M P, altitudine trunci dexteri, ſit R, eius centrum grauitatis. Dico eſſe M R, ad R P,

vt



vt numerus trilinei quaternario auctus, ad numerum binario auctum. Nempe vt 5. ad 3. in primo. In ſecundo vt 6. ad 4. In tertio vt 7. ad 5. Et ſic in infinitum augendo ambos terminos vnitate. Ducatur pariter BQ, ad medium punctum HD; in qua cum ſit centrum grauitatis trunci dexteri, quia in ipſa eſt centrum grauitatis omnium parallelogrammorum parallelorum in ſchem. propoſit. anteced. ipſi EC, tranſiet per R. Producatur hæc donec concurrat cum FH, producta in S. Quoniam HQ, eſt æquali QD, & HS, parallela BD, erit etiam ei æqualis, hoc eſt ipſi FH. Cum autem ex ſchol. prim. propoſit. 2. ſit FM, ad MH, vt numerus trilinei binario auctus, ad vnitatem, erit componendo duabus vicibus, FH, cum HM, ad HM; nempe SM, ad MH, vt numerus trilinei quaternario auctus, ad vnita-

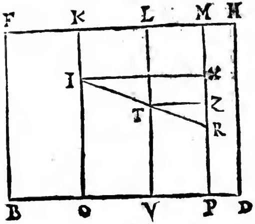
Q tem.

tem. Sed conuertendo, eſt HM, ad MF, vt vnitas, ad numerum binario auctum. Ergo ex æquali, erit SM, ad MF, ſeù ad BP; hoc eſt MR, ad RP, vt numerus quaternario auctus, ad numerum binario auctum. Quod &c.

ALITER.

IN ſequenti ſchemate, fiat eadem conſtructio, vt in ſecunda probatione propoſit. 4. nempe ducatur LV, in cuius medio puncto T, ſit centrum grauitatis totius cylindrici cuius vicem gerit FD; I, ſit centrum grauitatis trunci ſiniſtri, & ducta ITR, occurrens MP, ſit R, centrum grauitatis trunci dexteri, ex famoſis Archimedis doctrinis in æqueponderantibus. Dico MR, eſſe ad RP, in præfata ratione. TZ, IX, ſint pariter parallelæ FH, BD. Erit ergo kI, ad IO, ex ſchol. propoſit. 5. ſeu MX, ad XP, vt vnitas, ad numerum trilinei binario auctum; nempe vt binarium, ad duplum numerum quaternario auctum. Qualium ergo tota MP, eſt duplus numerus ſenario auctus, MX, eſt binarium; MZ, numerus ternario auctus; & XZ, numerus vnitate auctus. Cum ergo truncus dexter ſit ad truncum ſiniſtrum ex propoſit. pri. lib. 3. reciprocè vt FL, ad LH, nempe vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem; & pariter ſit truncus dexter ad truncum ſiniſtrum reciprocè, vt IT, ad TR. Erit IT, ad TR, & conſequenter XZ, ad ZR, vt numerus

vni-

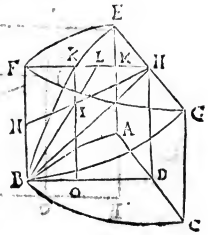


vnitate auctus, ad vnitatem. Qualium ergo XZ, eſt numerus vnitate auctus, ZR, erit vnitas. Sed talium erat MZ, numerus ternario auctus, & tota MP, duplus numerus ſenario auctus. Ergo talium erit MR, numerus quaternario auctus, & RP, reliqua, numerus binario auctus. Diuidit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri BHD, in prædicta ratione ipſam MP. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO VII.

Centrum grauitatis priſmatis, quod eſt dimidium cylindrici exiſtentis ſuper parallelogrammo, ſic diuidit eius altitudinem, vt pars terminata ad baſim, ſit ad reliquam vt 1. *ad* 2.

SVpponamus EFG, eſſe parallelogrammum, cuius diameter FH, & cylindricus ſuper ipſo exiſtens ſit pariter diuiſus in duos truncos, qui erunt duo priſmata. Patet cum hæc priſmata ſint ſimilia, & æqualia, etiam altitudines ipſorum æqualiter, ac eodem modo ſecari ab ipſorum centris grauitatis. Sit



ergò kO, altitudo priſmatis ſiniſtri EFGB, & I, ſit eius centrum grauitatis. Dico kI, eſſe dimidiam IO. Nam Fk, eſt ad KH, vt 1. ad 2. nempe vt 2. ad 4. ex ſchol. prim. propoſit. 2. Sed FL, eſt ad LH, vt 3. ad 3. Ergo Lk, erit ad kF, nempe ad BO, vt 1. ad 2. Sed ob ſimilitudinem triangulorum LkI, BIO, eſt vt LK, ad BO, ſic kI, ad IO. Ergo kI, erit dimidium IO. Quod &c.

SCHOLIVM.

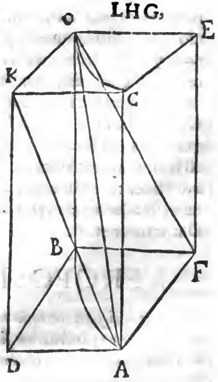
Sed hæc propoſitio eſt etiam manifeſta ex eo, quod priſma dimidium cylindrici, ſeù parallelepipedi exiſtentis ſuper parallelogrammo, aliud non eſt, quam alius cylindricus ſuper triangulo exiſtens. V.g. in ſche-

ſchemate ſequenti, priſma ADBFOk, dimidium parallelepipedi kF, exiſtentis ſuper parallelogrammo DF, aliud non eſt, quam cylindricus, cuius oppoſitæ baſes triangula ADk, OBF. Eius ergo centrum grauitatis erit in medio lineæ iungentis centra grauitatis oppoſitorum triangulorum KDA, OBF. Eius ergo altitudo ſecabitur ab eius centro grauitatis, vt ſecatur linea ducta à k, vertice vſque ad baſim, per centrum grauitatis trianguli tranſiens, à dicto centro grauitatis; nempe vt pars ad k, terminata, ſit ad reliquam, vt 2. ad 1. Hæc ſunt clariſſima. Omittantur ergo.

PROPOSITIO VIII.

Poſſumus aſsignare rationes in quibus ſecentur altitudines truncorum cylindricorum ſuper infinitis trilineis parabolicis exiſtentium, ac reſectorum plano diagonaliter tranſeunte per diametrum trilinei, ac per punctum in latere, ab ipſorum centris grauitatis.

ESto quælibet ſemiparabola ABF, cuius baſis AF, diameter BF, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo DF, adeo vt BDA, ſit trilineum cuius diameter BD, baſis DA. Super parallelogrammo intelligatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per AF, & per OK. Hic diuiditur in duo priſmata, ſiniſtrum ADkOFB, & dexterum AkCEFO: & priſma ſiniſtrum, vt ex-



explicatum fuit in ſcholium 2. propoſit. 2. diuiditur in truncum ſiniſtrum ABFO, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola, & in truncum ADBOK, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo ADB, ac reſecti plano tranſeunte per diametrum kO, ac A, punctum in latere. Pariter priſma dexterum diuiditur in truncum dexterum COEFA, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola, & in truncum OkCA, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo. Truncorum cylindricorum exiſtentium ſuper ſemiparabola, hoc eſt eiuſdem duplicatorum ad partes BE, aſſignauimus ſupra, in quibus rationibus ſecentur ipſorum altitudines ab ipſorum centris grauitatis. Nempe trunci ſiniſtri, in ſchol. propoſit. 3. (truncus enim præſens ABFO, eſt idem cum trunco EFHB, in ſchemate illius propoſit.) trunci vero dexteri in propoſit. 4. Nunc intelligimus oſtendere poſſe doceri, in quibus rationibus ſecentur altitudines truncorum ADBOk,

KOCA,

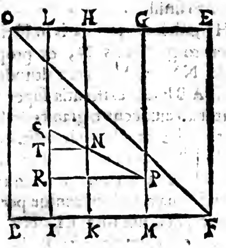
kOCA, ſeù ipſorum ad partes BE, duplicatorum, ab ipſorum centris grauitatis; hoc eſt v. g. in priſmate ſiniſtro, ſuppoſito H, eſſe ipſius centrum æquilibrij; G, trunci ABFO; & L, trunci ADBOK, ſi hæc ſolida appendantur ſecundum OE; patet quod ſi per L, ducatur in plano OF; vſque dum occurrat ipſi BF, parallela OB, EF, in hac eſſe centrum grauitatis duplicati trunci ADBOK, ad partes BE. Hæc linea à nobis nuncupatur altitudo trunci, in qua dicimus poſſe aſſignari, in qua ratione ſecetur à centro grauitatis illius trunci duplicati. Idem intelligatur in priſmate dextero. Sed vt clarius procedamus, exponatur tantum parallelogrammum BE, cum ſuo diametro OF, adeo vt BOF, triangulum nobis repræſentet priſma ſiniſtrum; triangulum OEF, priſma dexterum; HK, ſit altitudo priſmatis ſiniſtri ADBFOk, duplicati ad partes BE, ducta per eius centrum æquilibrij, adeo vt in ipſa ſit centrum grauitatis duplicati priſmatis; GM, ſit altitudo duplicati trunci ABFO; LI, duplicati trunci ADBOk, in quibus pariter ſint ipſorum truncorum centra grauitatis. Sit N, centrum grauitatis duplicati priſmatis; P, vero ſit centrum grauitatis duplicati trunci exiſtentis ſuper ſemiparabola. Ducta ergo PNQ, ſciemus ex Archimede in æqueponderantibus, Q, eſſe centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk, exiſtentis ſuper trilineo. Ducantur PR, NT, parallelæ OE. Ex propoſit. 7. ſcimus, in qua ratione ſecetur HK, ab N,

cen-

centro grauitatis duplicati priſmatis. Pariter ex ſchol.propoſit.3.ſcimus,in qua ratione ſecetur GM, in P, à centro grauitatis duplicati trunci ABFO. Scimus ergo quænam ſit ratio, quam habet LR, ad RI, & quænam ſit illa, quam habet LT, ad TI. Ex propoſit. 14. lib. 2. ſcimus, quæ nam ſit ratio, quam habet PN, ad NQ (quia ſcimus rationem, quam habet truncus ADBOK, ad truncum ABFO, eſt enim ad ipſum vt exceſſus cylindri ex DF, circa AF, ſupra ſemifuſum ex ABF, circa AF, ad ipſum) & conſequenter, ſcimus eam, quam habet RT, ad TQ, ob parallelifmum RP, TN. Ergo patet, nos poſſe ſcire, in qua ratione ſecetur LI, à centro grauitatis Q. Sed hæc clarius percipientur in ſcholio ſequenti.

Et hæc quidem in trunco ADBOk. Quomodo autem ſecetur altitudo duplicati trunci AkOC, à ſuo centro grauitatis; ſciemus ſic. Sit Hk, altitudo totius cylindrici exiſtentis ſuper trilineo ADB, & conſequenter eius duplicati ad partes BE, tranſiens per eius centrum æquilibrij H. Ergo in medio puncto N, ipſius HK, erit centrum grauitatis huius duplicati cylindrici. Sit Q, vt prius centrum grauitatis duplicati trunci ADBOK; ſi ergo producatur QN, prius ducta, vſque ad P, erit P, centrum grauitatis duplicati trunci AKOC. Sint rurſum NT, PR, parallelæ vt prius, ipſi OE. Iam ſcimus rationem, quam habet HN, ad NK, ſeù LT, ad TI. Pariter ſcimus rationem, quam

habet



habet L Q, ad Q I. Rationem vero, quam habet P N, ad N Q, ſeu R T, ad T Q, ſcimus ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. in qua aſſignamus rationem, quam habet conicus ex A D B, trilineo reuoluto circa diametrum D B, ad ſolidum ex eodem reuoluto circa F A; ſciemus ergo etiam facile rationem L R, ad R I, ſeù G P, ad P M. Ergo poſſumus ſcire in quibus rationibus ſecentur altitudines prædictorum truncorum duplicatorum ab ipſorum centris grauitatis. Quod &c.

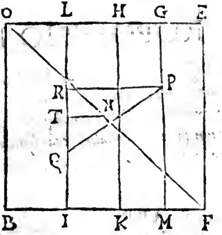
SCHOLIVM.

Sed in numeris ſunt hæc omnia exemplificanda, vt clarius, & diſtintius ſupra dicta intelligantur.

Exemplificabimus in parabola quadratica, & prius quidem in trunco ſiniſtro.

In hac, HK, altitudo priſmatis ſiniſtri, ſic ſecatur ab eius centro grauitatis N, ex propoſit. 7. vt HN, ſit dupla NK. GM, vero altitudo duplicati trunci ſiniſtri ABFO, exiſtentis ſuper ſemiparabola, ſic ſecatur ab eius centro grauitatis P, vt GP, ſit ad PM, vt 5. ad 2. ex ſchol. propoſit. 3. Qualium ergo tota LI, eſt 7. talium GP, ſeù LR, erit 5. & HN, ſeù LT, erit 4. cum $\frac{2}{3}$; vnde talium erit TR, $\frac{1}{3}$. Quod ſi hæc multiplicentur per 21. qualium TR, erit 7. talium tota LI, erit 147. LR, 105. & LT, 98. Cum vero ſit PN, ad NQ, ſeu RT, ad TQ, vt truncus ADBOk, ad truncum ABFO, nempe vt exceſſus cylindri ex DF, ad ſemifuſum ex ABF, nempe ex ſchol. prim. propoſit. 14. lib. 2. vt 7. ad 8. qualium RT, erit 7, talium TQ, erit 8. Ergo reliqua LQ, erit talium 90. quia tota LT, talium erat 98. Cum ergo talium tota LI, eſſet 147, reliqua QI, erit 57. ſecatur ergo LI, altitudo trunci duplicati ADBOk, in trilineo parabolico quadratico à Q, eius centro grauitatis, vt LQ, ſit ad QI, vt 90. ad 57. & ſubtriplando terminos, vt 30. ad 19.

Trunci vero dexteri AkOC, duplicati ſic reperiemus rationem in qua ſecetur eius altitudo ab eius centro grauitatis. Hk, altitudo duplicati cylindrici ADBOCk, ſecatur in medio ab eius centro grauitatis N. Qualium ergo tota LI, eſt 49. & LQ,

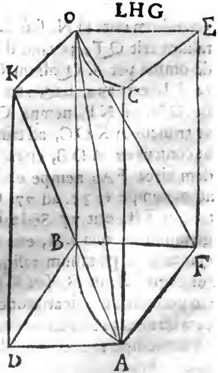


30. talium erit HN, ſeù LT, 24, cum dimidia; & talium erit QT, 5. cum dimidia. Et multiplicando omnia per 6. Qualium QT, erit 33. talium tota LI, erit 294. LQ, 180. & LT. 147. Sed cum ſit QN, ad NP, nempe QT, ad TR, reciprocè, vt truncus AKOC, ad truncum ADBOk; nempe vt conicus ex ADB, circa DB, ad ſolidum ex eodem circa FA; nempe ex ſchol. propoſit. 8. vt 3. ad 7. nempe vt 33. ad 77. Qualium QT, erit 33. talium TR, erit 77. Sed talium LT, erat 147. Ergo talium reliqua LR, erit 70. Sed talium tota LI, erat 294. Ergo talium reliqua RI, erit 224. Secatur ergo LI, in R, ſeu GM, altitudo in P, à centro grauitatis duplicati trunci AkOC, ſic vt GP, pars terminans ad baſim, ſit ad reliquam, vt 70. ad 224. Nempe reducendo ad minimos terminos, vt 5. ad 16.

PROPOSITIO IX.

Poſſumus aſsignare rationes, in quibus ſecentur altitudines truncorum cylindricorum ſuper infinitis ſemiparabolis, quarum exponentes ſint numeri pares, exiſtentium, ac reſectorum plano diagonaliter tranſeunte per diametrum parabolæ, ac per punctum in latere, ab ipſorum centris grauitatis.

SVpponamus A B F, eſſe quodlibet ex infinitis trilineis, cuius baſis A F, diameter B F, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo D F, ſic vt B D A, ſit ſemiparabola, cuius diameter B D, baſis D A. Super parallelogrammo ſit cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per A F, & per O k. Hic diuiditur in duo priſmata, & quodlibet priſma in duos truncos, vt fuſius explicatum fuit in



prin-

...incipio propoſit. antecedent. Dicimus nos poſſe ſcire, in quibus rationibus ſecentur altitudines truncorum duplicatorum ad partes B E, exiſtentium ſuper ſemiparabola A D B, cuius exponens ſit numerus par, ab ipſorum centris grauitatis. Etiam nunc claritatis gratia, exponatur parallelogrammum B E, & H K, ſit altitudo duplicati priſmatis ſiniſtri; G M, ſit altitudo duplicati trunci A B F O, exiſtentis ſuper trilineo. Sit N, centrum grauitatis duplicati priſmatis, & P, centrum grauitatis duplicati trunci A B F O. Pariter ſit L, centrum æquilibrij duplicati trunci A D B O K, exiſtentis ſuper ſemiparabola A D B, talis cylindrici, qui ſit ſectus plano tranſeunte per diametrum O K, ſemiparabolæ k O C, & punctum A, in latere (huius enim trunci poſſe nos habere centrum æquilibrij L, patuit in ſchol. 3. propoſit. 2.) In L I, ergo eius altitudine, erit eius centrum grauitatis. Si ergo ducatur P N, quæ producatur vſque ad Q, erit Q, centrum grauitatis duplicati trunci A D B O K. Ducantur N T, P R, parallelæ vt prius. Ex propoſit. 7. ſcimus, in qua ratione ſecetur H k ab, N, ſeù L I, à T. Ex ſchol. propoſit. 5. ſcimus rationem G P, ad P M, ſeu L R, ad R I. Rationem P N, ad N Q, ſeu R T, ad T Q, ſcimus ex prim. parte propoſit. 15. lib. 2. in qua diuidendo, aſſignatur ratio exceſſus cylindri ex D F, ſupra conicum ex trilineo A B F, reuoluto circa baſim A F, ad ipſum poterimus ergo etiam ſcire rationem L Q, ad Q I.

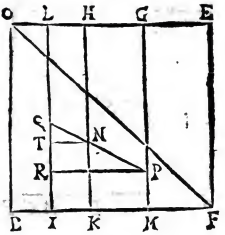
Eo-

Eodem modo, quo factum eſt in propoſit. anteced. poterimus ſcire, quomodo ſecetur altitudo trunci AkOC, ab eius centro grauitatis; ſupponentes Hk, eſſe altitudinem totius cylindrici duplicati exiſtentis ſuper ſemiparabola DBA; Q, eſſe centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk; & GM, eſſe altitudinem duplicati trunci AKOC. Si enim QN, tranſiens per N, medium punctum Hk, producatur vſque ad P, erit P, centrum grauitatis duplicati trunci AkOC. Sint ergo rurſum RP, TN, parallelæ, vt prius. Iam ſcimus HN, æquari Nk, & LT, æquari TI. Scimus rationem LQ, ad QI. Rationem QT, ad TR, ſcimus ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. in qua aſſignata fuit ratio, quam habet conoides parabolicum ex ſemiparabola ADB, reuoluta circa DB, diametrum, ad annulum ex eadem reuoluta circa AR. Ergo facile poterimus ſcire rationem LR, ad RI, ſeù GP, ad PM. Quare &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

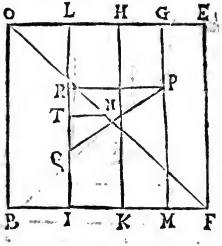
Sed exemplificatio per numeros, vt factum eſt in ſchol. propoſit. anteced. dilucidabit hæc omnia. Supponamus ergo vt prius, nos diſcurrere, & exemplificare in parabola quadratica. HN, eſt dupla Nk (quia altitudo priſmatis) ex propoſit. 7. GP, vero, erit ad PM, vt 4. ad 1. ex ſchol. propoſit. 5.

Qua-



Qualium ergo tota L I, eſt 5. talium H N, ſeu L T, erit 3. $\frac{1}{3}$. L R, 4 & T R, $\frac{2}{3}$. Et qualium T R, erit 5. talium tota L I, erit 37. $\frac{1}{2}$; L T, erit 25; L R, 30. Cum ergo ſit reciprocè P N, ad N Q, ſeù R T, ad T Q, vt truncus A D B O k, ad truncum, A B F O, nempe vt annulus ex ſemiparabola D B A, reuoluta circa A F, ad conicum ex trilineo A B F, circa baſim F A; & cum ſit talis annulus ad talem conicum ex 2. parte propoſit. 15. lib. 2. per conuerſionem rationis, & diuidendo, vt 5. ad 1. Ergo qualium R T, erit 5. talium T Q, erit 1. Cum ergo talium eſſet L T, 25. & L I, 37 $\frac{1}{2}$. Erit talium L Q, 24, & Q I, 13. $\frac{1}{2}$ Eſt ergo L Q, ad Q I, vt 24. ad 13. $\frac{1}{2}$. nempe vt 16. ad 9.

Trunci vero A K O C, ſic reperietur centrum gra-



grauitatis in numeris. Sit Q, centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk, & N, totius duplicati cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola ADB. Qualium ergo LI, eſt 25. talium HN, ſeu LT, dimidia LI, eſt 12. ½ LQ, 16. & QT, 3 ½. Et qualium QT, eſt 3. talium LI, eſt 21. ³⁄₇. & LQ, 13 ⅐. Cum ergo ſit vt QN, ad NP, ſeu vt QT, ad TR, ſic reciprocè truncus AkOC, ad truncum ADBOk, nempe conoides ex ſemiparabola DAB, reuoluta circa diametrum DB, ad annulum ex eadem circa AF; & cum ſit conoides ad annulum, vt 3. ad 5. ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. qualium QT, erit 3. talium TR, erit 5. Ergo talium LR, erit 5. ⁵⁄₇. Et reliqua RI. erit 15 ⁵⁄₇. Erit ergo LR, ad RI, & conſequenter GP, ad PM. vt 5. ⁵⁄₇, ad 15. ⁵⁄₇, nempe vt 4. ad 11.

PRO-

PROPOSITIO X.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemiparabola quacunque, reſecti plano tranſeunte per baſim ſemiparabolæ, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in baſi aſſignare.

ESto ſemiparabola quæcunque A B C, cuius diameter A B, baſis B C, ſuper C A B, verò intellecto cylindrico recto, ſecto hic diagonaliter plano tranſeunte per baſim C B, & per punctum in latere, diuidat ipſum in duos truncos, & truncus ſiniſter ſit C A B D; huius oportet in baſi A B C, centrum æquilibrij aſſignare. Diuidatur A B, in E, vt A E, ſit ad E B, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ, ac per E, ducatur E F, indefinita parallela B C, baſi ſemiparabolæ. Erit ergo in E F, centrum æquilibrij trunci C A B D, ſecundum baſim appenſi, ex ſchol. prim. propoſit. 2. Quoniam vero ex ſchol. propoſit. 1. truncus CADB, eſt proportionaliter analogus cum ſemifuſo ex CAB, circa C B, & cum omnium ſemifuſorum ſit repertum in C B, centrum grauitatis in propoſit. 31. miſcell. erit quoque repertum in C B, centrum æquilibrij trunci C A D B. Sit hoc G. Si ergo per G, ducatur parallela A B, etiam in ipſa erit centrum æquilibrij illius trunci appenſi ſecundum baſim. Sed & in E F. Ergo in F, vbi ſe ſecant. Inuentum eſt

S ergo

ergo F, centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Quod &c.

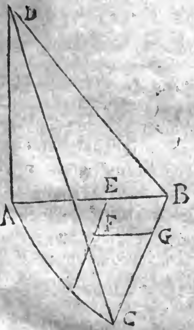
SCHOLIVM.

Si ergo à puncto F, erigatur altitudo trunci æqualis D A, ipſa ſic diuidetur à centro grauitatis trunci, vt diuiſa eſt in propoſit. 3. altitudo trunci duplicati. Quod intelligendum eſt etiam in ſequentibus propoſitionibus, in quibus reperientur centra æquilibrij in baſi dimidij illorum truncorum, quorum duplicatorum reparta fuerunt in altitudinibus centra grauitatis.

PROPOSITIO XI.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici, centrum æquilibrij in baſi reperire.

SEd eſto eiuſdem cylindrici truncus dexter kLHBC, huius oportet in kHL, ſemiparabola, centrum æquilibrij trunci ſecundùm ipſam appenſi, reperire. Diuidatur kL, in O, vt ſit KO, ad OL, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, & per O, ducatur OM, indefinita parallela baſi LH. Ergo in ipſa, ex ſchol. prim. propoſit. 2. erit centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Rurſum, quoniam ex ſchol. propoſit. 1. truncus eſt proportionaliter analo-





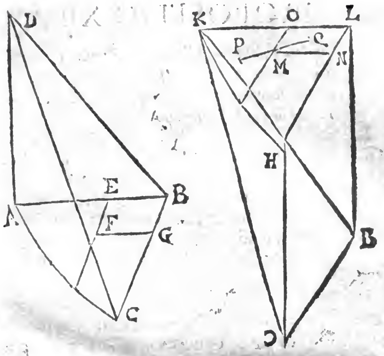
analogus cum annulo orto ex reuolutione ſemiparabolæ HkL, circa ductam per verticem k, ipſe HL, parallelam; ergo HL, ſecabitur eodem modo à centro æquilibrij trunci, ſicuti ſecatur axis illius annuli à centro grauitatis ipſius. Diuidatur ergo LH, in N, vt ſit LN, ad NH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum ternario auctum, ſicuti ex propoſit. 18. lib. 4. ſecatur prædictus axis à centro grauitatis annuli ex ſemiparabola,

circa ductam per verticem baſi parallelam, & per N, ducatur parallela axi kL, ſemiparabolæ, occurrens priori parallelæ ductæ in M. Patet punctum M, eſſe centrum æquilibrij quæſitum.

ALITER.

SVpponamus duos truncos, nempe ſiniſtrum, & dextrum ſimul vniri ad reſtituendum totum cylindricum, vt baſis KHL, nobis repræſentet vnam oppoſitarum baſium totius cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola. Ergo centrum æquilibrij totius huius cylindrici appenſi ſecundum baſim HkL, erit idem cum centro grauitatis ſemiparabolæ HkL. Inuenietur ergo ex propoſit. 5. lib. 3. M, centrum grauitatis ſemiparabolæ, & ſit P, ex propoſit. anteced. centrum æquilibrij trunci inferioris appenſi ſecundum HkL, & ſit ducta PM, quæ taliter ſit producta ad Q, vt ſit reciprocè QM, ad MP, vt truncus inferior ad ſuperiorem. Erit ex Archimede in æqueponderantibus, Q, centrum æquilibrij trunci ſuperioris HKLBC, appenſi ſecundum HkL. Patet ergo, qualiter dato centro æquilibrij in baſi alterutrius truncorum, ſtatim poſſimus ex proportione truncorum ad inuicem, aſſignare in eadem baſi centrum æquilibrij alterius trunci.

Sed rationem truncorum ad inuicem cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola quacumque, & per baſim ſemiparabolæ, & punctum in latere reſecti, habemus



bemus ex coroll. pri. propoſit. 4. lib. 3. vbi aſſignantur rationes repertæ inter infinitos fuſos parabolicos, & infinitos annulos ex ſemiparabolis reuolutis circa ipſas in vertice tangentes.

Per M, ducta altitudine trunci, habebimus ex propoſit. 4. in qua ratione ſecetur à centro grauitatis trunci.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemiparabolâ, cuius exponens ſit numerus par, reſecti plano tranſeunte per axim ſemiparabolæ, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in baſi aſſignare.

SEd ſupponamus CADB, eſſe truncum ſiniſtrum cylindrici ſuper ſemiparabola CAB, exiſtentis, cuius axis CB, baſis AB, reſecti plano tranſeunte per axim CB, & per punctum D, in latere; ſed CAB, ſit generis illarum, quarum exponentes ſunt numeri pares. Oportet in CAB, reperire centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum ipſam. Inueniatur ex ſchol. 3. propoſit. 2. in AB, E, centrum æquilibrij trunci; & CB, ſic diuidatur in G, vt CG, ſit ad GB, vt dimidium numeri parabolæ vnitate auctum, ad dimidium numeri parabolæ. Erit G, ex propoſit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis orti ex reuolutione ſemiparabolæ CAB, circa CB. Si ergo per puncta E, G, ducantur parallelæ BC, & BA, punctum F, in quo ſe ſecant, erit centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Quod &c.

Per F, erecta altitudine, habebimus in ipſa centrum grauitatis ex propoſit. 9.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

TRunci dexteri HkLBC, eiuſdem cylindrici, ſic inueniemus centrum æquilibrij in HkL. Ex ſchol. 3. citat. propoſit. 2. inueniemus in kL, baſi ſemiparabolæ O, centrum æquilibrij trunci. Cum vero truncus ſit proportionaliter analogus cum annulo orto ex ſemiparabola reuoluta circa ductam per extremitatem K, HL, diametro parallelam, axis talis annuli, ſecabitur in eadem ratione, in qua ſecatur HL, à centro æquilibrij trunci. Sed ex propoſit. 33. miſcell. habetur, in qua ratione ſecetur axis illius annuli. Ergo habebimus etiam punctum N, centrum æquilibrij trunci. Si ergo, vt prius, ducamus OM, NM, parallelas kL, HL, ſeſe ſecantes in M; erit inuentum M, centrum æquilibrij trunci prædicti.

ALITER.

SVpponamus rurſum, duos truncos vniri, vt M, ſit centrum ſemiparabolæ, & conſequenter totius cylindrici. Sit pariter P, centrum æquilibrij trunci ſiniſt i; ſi PM, ducatur, & ſic producatur ad Q, vt ſit reciprocè QM, ad MP, vt truncus ſiniſter

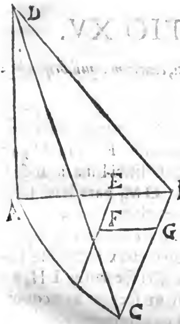
ſter, ad truncum dexterum; erit Q, centrum æquilibrij prædictum. Sed ratio trunci ad truncum habetur ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 2. in qua aſſignatur ratio, quam habet quodlibet conoides parabolicum, ad annulum cuiuslibet ſemiparabolæ, reuolutæ circa parallelam diametro ductam per extremitatem baſis.

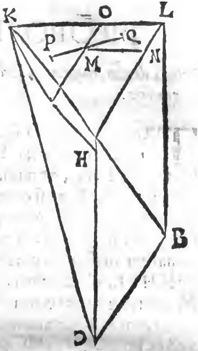
Centrum grauitatis in altitudinè trunci demiſſa à puncto M, habetur ex propoſit. 9.

PROPOSITIO XIV.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper trilineo parabolico, cuius exponens ſit numerus par, reſecti plano tranſeunte per baſim trilinei, & punctum in latere, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

SEd ſupponamus C A B, eſſe quodlibet ex infinitis trilineis, cuius exponens ſit numerus par, & cuius axis ſit A B, baſis B C, & pariter ſupponamus C A D B, eſſe truncum ſiniſtrum cylindrici recti exiſtentis ſuper trilineo, & reſecti plano tranſeunte per C B, baſim trilinei, & per punctum in latere; huius oporteat reperire centrum æquilibrij in baſi, ſecundum ipſam appenſi. Diuidatur A B, in E, vt ſit A E, ad E B, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Erit ergo in E F, parallela B C, centrum æquilibrij talis trunci, ex ſchol. prim. propoſit. 2. Cum autem truncus ſit proportionaliter analogus





logus cum conico orto ex reuolutione trilinei CAB, circa baſim BC; & cum in ſchol. propoſit. 33. miſcell. aſſignatus fuerit modus reperiendi G, centrum grauitatis illius conici: erit conſequenter patefactus modus inueniendi G, centrum æquilibrij illius trunci. Si ergo per G, ducatur parallela AB, ſecans EF, in F. Erit inuentum F, centrum æquilibrij quod quærebatur. Quod ſi ab ipſo erigatur altitudo

trunci, in ipſa habebimus ipſius centrum grauitatis ex propoſit. 5.

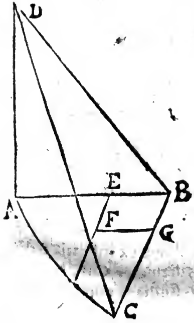
PROPOSITIO XV.

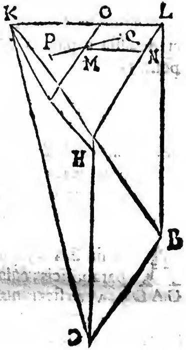
Trunci dexteri eiuſdem cylindrici, centrum æquilibrij in baſi reperire.

TRunci dexteri HKLBC, ſic reperiemus centrum æquilibrij. Diuidatur KL, in O, vt ſit kO, ad OL, vt numerus trilinei binario auctus ad vnitatem. Ergo ſi ducatur OM, parallela LH, erit in ipſa, ex ſchol.prim. propoſit.2. centrum æquilibrij prædicti trunci. Cum vero truncus ſit proportionaliter analogus cum ſolido orto ex rotatione trilinei HkL, circa axim conoidis; ſecabitur LH, ab N, centro grauitatis trunci, ſicuti ſecatur axis conoidis, à centro grauitatis ſolidi ex trilineo ſic reuoluto. Sed ex propoſit. 15. lib. 4. axis conoidis ſic ſecatur à centro grauitatis illius ſolidi, vt pars ad verticem, ſit ad reliquam, vt dimidium numeri conoidis, ſeù trilinei vnitate auctum, ad ſeſquialterum numeri conoidis vnitate auctum. Ergo & ſic N, centrum æquilibrij trunci, ſecabit LH. Secetur ergo ſic in N. Si per N, ducatur NM, parallela KL, punctum M, occurſus cum priori parallela, erit centrum quæſitum.

ALI-

ALITER.





SEd etiam nunc, ſupponentes ambos truncos coniungi ad conſtituendum totum cylindricum, huius habebimus M, centrum æquilibrij totius cylindrici, quia ex propoſit. 8. lib. 3. habemus etiam M, centrum grauitatis trilinei H K L. Si ergo ſit P, centrum æquilibrij trunci inferioris, iuncta

PM, & producta ad Q, in ratione reciproca truncorum; repertum erit Q, centrum æquilibrij trunci dexteri. Ratio autem truncorum aſſignata fuit in coroll. 2. prop. 4. lib. 3. in qua tradita fuit ratio ad inuicem ſolidorum ex trilineo circa baſim KL, & circa axim conoidis. Centrum grauitatis in altitudine trunci demiſſa à puncto M, habemus ex citat. propoſit. 5.

PROPOSITIO XVI.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper quocunque trilineo parabolico, reſecti diagonaliter plano tranſeunte per diametrum trilinei, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

ASt, ſit CAB, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius diameter CB, baſis AB, CADB, vero ſit truncus ſiniſter cylindrici recti ſuper trilineo exiſtentis, ac plano diagonaliter tranſeunte per diametrum BC, ac D, punctum in latere reſecti. Huius trunci oportet in CAB, centrum æquilibrij adinuenire. Ex ſchol. 2. propoſit. 2. inueniatur in AB, baſi trilinei E, centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum AB. Si ergo ducatur EF, parallela BC, in ipſa erit centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Pariter, quia truncus eſt proportionaliter analogus cum conico orto ex rotatione trilinei ABC, circa diametrum BC, CB, diuide-

uidetur à centro æquilibrij trunci ſicut ſecatur à centro grauitatis conici. Diuidatur C B, in G, vt ſit C G, ad G B, vt duplus numerus conici vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo ex propoſit. 17. lib. 4. G, erit centrum grauitatis conici, & conſequenter æquilibrij trunci. Si ergo per G, ducatur G F, parallela A B, occurrens E F, in F. Erit F, centrum æquilibrij quæſitum. Inuentum eſt ergo, &c. Centrum grauitatis in altitudine, ſicut in prop. ſequenti inuenietur ex propoſit. 8.

PROPOSITIO XVII.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

SEd trunci dexteri ſic reperietur centrum æquilibrij. Inueniatur, ex ſchol. 2. propoſit. 2. O, centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum k L, adeovt in O M, parallela diametro L H, ſit centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Cum vero talis truncus dexter ſit proportionaliter analogus cum ſolido orto ex rotatione trilinei circa baſim ſemiparabolæ, quod ſolidum; eſt exceſſus cylindri circumſcripti ſemifuſo parabolico ſupra ipſum: ergo H L, ſic ſecabitur à centro æquilibrij trunci appenſi ſecundum H L, ſicuti ſecatur baſis ſemiparabolæ à centro grauitatis ſolidi ex trilineo H k L, circa ipſam reuoluto. Sed inuenire centrum grauitatis

tatis prædicti ſolidi docuimus in ſchol. propoſit. 31. miſcell. Ergo docuimus conſequenter reperire punctum N, centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum HL. Quod ſi per N, ducatur NM, parallela baſi KL, incidens in priorem in M. Erit M, punctum quæſitum.

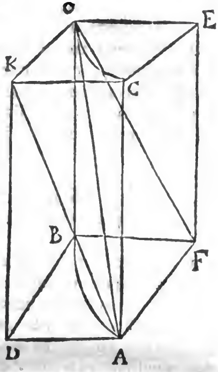
ALITER.

SEd conſequenter ad ſæpe dicta, aliter reperiemus centrum talis trunci dexteri, ſi mente intelligemus vniri ambos truncos ad conſtituendum totum cylindricum, cuius habebimus centrum æquilibrij, M; quia pariter ex propoſit. 8. lib. 3. habemus M, centrum æquilibrij trilinei. Cum ergo ex propoſit. anteced. habeamus etiam P, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri, ſi vnitis punctis P, M, linea PM, ac ipſa producta ad Q, fiat reciprocè QM, ad MP, vt truncus ſiniſter, ad truncum dexterum. Erit Q, centrum æquilibrij trunci dexteri. Ratio vero trunci ad truncum habetur in calce ſchol. propoſit. 8. lib. 3.

SCHOLIVM.

Adinuenimus ergo centra æquilibrij in baſi prædictorum truncorum. Sed hæc centra alio modo potuiſſent reperiri vnum ex alio. Quod vt intelligamus, inſpiciatur ſchema ſequens, in quo prius ſuppona-

ponamus ABF, eſſe ſemiparabolam, cuius diameter ſit BF, baſis AF, & cui ſit circumſcriptum parallelogrammum DF, & tam ſuper ipſo, quam ſuper ſemiparabola, intelligamus cylindricos rectos æquealtos ſectos diagonaliter plano tranſeunte per baſim AF, & per kO. Patet occulariter parallelepipedum diuidi in duo priſmata; & cylindricos vtroſque ſuper ſemiparabola, & ſuper trilineo, in ſuos



truncos dexteros, & ſiniſtros; & priſma quodlibet conſtare ex duobus horum truncorum, vt ſupra explicatum fuit in ſchol. 2. propoſit. 2. Cum ergo v. g. priſmatis ſiniſtri ADkOFB, habeamus ex propoſit. 2. centrum æquilibrij in baſi DF; reperto in eadem baſi DF, centro æquilibrij alterutrius trunci ſiniſtri, nempe vel ADBOk, vel ABFO: ſtatim ex ſola proportione, quæ reperitur inter ipſos truncos, facillime eliciemus centrum alterius trunci. Sic quoniam ex propoſit. 7. habemus in altitudine priſ-

matis

matis eius centrum grauitatis, reperto centro grauitatis in altitudine alterutrius trunci ſiniſtri, ex eadem proportione truncorum reperiemus centrum grauitatis alterius trunci. Proportiones verò cadentes inter truncos, reperientur in varijs propoſitionibus lib. 3. in quibus aſſignantur rationes cylindrorum circumſcriptorum varijs ſolidis rotundis, ad ipſa. Hæc quæ diximus facillime fient manifeſta peritis geometris, ac præſertim ijs, qui inſpexerint aliàs à nobis ſcripta.

Vſque modo aſſignauimus punctum præciſum æquilibrij ſupradictorum truncorum, in ſequenti propoſit. ſicuti ferè in omnibus ſequentibus, non punctum præciſum, ſed lineas dumtaxat, in quibus ſint centra ęquilibrij innumerabilium truncorum, quorum aliquos comprehendemus ſequenti propoſitione. Et licet non reperiamus punctum pręciſum, attamen non putamus ſequentes cognitiones à geometria poſtergandas eſſe, dummodo cupiat nouis cognitionibus, cuiuslibet ſint amplitudinis, promoueri. Sed quorumdam ſequentium truncorum, reperiemus etiam puncta præciſa, quæ ſint & centra æquilibrij, & grauitatis.

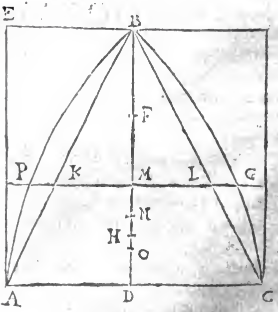
PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Aſsignare lineas in baſi nonnullorum truncorum cylindricorum rectorum ſuper diuerſis ſegmentis infinitarum parabolarum, & trilineorum exiſtentium variè reſectorum, in quibus ſint ipſorum centra æquilibrij.

IN ſuperioribus dum aſſignauimus centra æquilibrij ſupradictorum truncorum, exhibuimus in ſchematibus ipſos truncos, quod non faciemus in hac, & in multis alijs ſequentium propoſitionum; ſed tantum ponemus ſchemata, in quibus ſint figuræ, ſuper quibus intelligendi ſunt cylindrici, & trunci ad modum ſuperiorum.

1. Eſto ergo ſemiparabola A B D, cuius exponens ſit numerus par, quæ ſit ſecta P M, parallela baſi A D; intelligamus ſuper ſegmento A P M D, cylindricum rectum, ſectum plano diagonaliter tranſeunte per M D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Trunci ſiniſtri huius cylindrici habebimus in M D, centrum æquilibrij appenſi ſecundum M D. Ratio eſt, quia ex dictis in ſchol. propoſit. prim. talis truncus ſiniſter, eſt proportionaliter analogus cum ſegmento conoidis A P G C. Sed talis ſegmenti aſſignauimus centrum grauitatis in ſchol. propoſit. 15. lib. 4. ergo habebimus etiam centrum æquilibrij in M D, illius trunci ſiniſtri. Immo ex eodem ſchol. habemus particulariter, quod ſi A B D, ſit ſemipa-



rabola quadratica, & H, ſit centrum prædictum: hoc ſic ſecabit MD, vt MH, ſit ad HD, vt duplum quadratum AD, cum quadrato PM, ad duplum quadratum PM, cum quadrato AD. Si ergo per H, ducatur parallela AD: patet in ipſa, eſſe centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Quod pariter verificabitur in alijs truncis infra tradendis, quod ſemper intelligendum volumus, licet à nobis, breuitatis cauſa, non replicabitur. Verum, quodnam punctum prædictæ lineæ, ſit centrum æquilibrij præciſum, vſque nunc ignoramus.

2. Sed non modo habemus in MD, centrum

æqui-

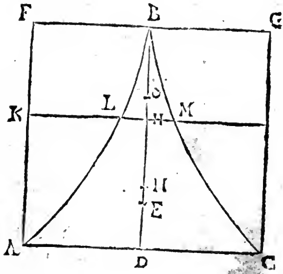
Digitized by Google

æquilibrij trunci ſiniſtri, ſed etiam trunci dexteri. Nam hic eſt proportionaliter analogus cum ſegmento annuli ex APMD, reuoluto circa EA. Sed huius ſegmenti habemus in eius axi centrum grauitatis, ex propoſit. 35. miſcell. Quare & centrum æquilibrij in MD, trunci dexteri.

3. Eſto trilineum ABD, cuius diameter BD, ſit autem ſectum linea LH, AD, parallela, & intelligamus ſuper ſegmento ALHD, cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per DH, & punctum in latere. Habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri huiuſmodi cylindrici. Nam ex ſchol. propoſit. 18. lib. 4. habemus in HD, centrum grauitatis ſegmenti conici ALMC. Quinnimo ex dictis in eodem ſchol. poſſumus ampliare propoſit. 25. lib. 3. de centro grauitatis ſolidorum Lucæ Valerij, ad truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio ordinario, vt ex dictis loc. citato poteſt conſpici.

4. Sed non modo habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri prędicti cylindrici, ſed etiam trunci dexteri; quod vtique oſtendemus dari, quotieſcunque demonſtrabimus centrum grauitatis in kA, ſolidi orti ex rotatione ALHD, circa KA. Sic enim ſecatur kA, à centro grauitatis huius ſolidi rotundi, ſicuti ſecatur HD, à centro æquilibrij prædicti trunci dexteri. Solidi vero ex ALHD, reuoluto circa KA, ſic inueniemus centrum grauitatis. In kA, & in eius puncto medio, habemus

V 2 cen-



centrum grauitatis cylindri ex parallelogrammo k D. Pariter ex propoſit. 37. miſcell. habemus in k A, centrum grauitatis portionis fuſi orti ex reuolutione portionis minoris k L A, circa k A. Quotieſcunque ergo nobis etiam erit nota ratio ſolidi ex A L H D, circa K A, ad dictam portionem fuſi, ſciemus conſequenter quodnam ſit in k A, centrum grauitatis ſolidi ex A L H D, circa k A. Sed rationem ſolidi ex A L H D, ad prædictam portionem fuſi, habemus ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3. Cum enim ibi ſit aſſignata ratio, quam habet cylindrus ex k D, ad ſolidum ex A L H D, circa k A; diuidendo, aſſignata pariter erit ratio, quam habet portio fuſi ex k L A,

circa

circa k A, ad ſolidum ex ALHD, circa eandem k A.

5. Sed ſupponamus CBZ, eſſe quamlibet ex infinitis parabolis, cuius diameter B k, & ſuper parabola intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter per Z C, & punctum in latere. Habemus duos truncos, nempe ſiniſtrum, & dextrum, quorum aſſignata fuerunt in parabola CBZ, centra æquilibrij in propoſit. 2. Ducatur QM, parallela diametro Bk, & per ipſam intelligamus tranſire planum ad parabolam erectum, ſecans ambos truncos. Ergo etiam pars cylindrici, cuius baſis CQM, portio minor parabolæ, habebit ſuas partes truncorum. Cum ergo ex ſchol. propoſit. prim. truncus ſiniſter cylindrici exiſtentis ſuper CBZ, ſit proportionaliter analogus cum fuſo ex CBZ, circa CZ, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; & pariter truncus dexter ſit ſic proportionaliter analogus cum ſolido rotundo ARBZC: ſequitur etiam partem trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM, eſſe proportionaliter analogam cum portione fuſi ex CQM, circa MC; & pariter partem trunci dexteri, eſſe proportionaliter analogam cum portione annuli ex CQM, circa GD. Cum ergo ex propoſit. 37. miſcell. habeamus in MC, centrum grauitatis portionis fuſi ex QMC, portione circa MC; habebimus etiam in MC, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM. Item, cum ex ſchol. propoſit. 18. lib. 4. in

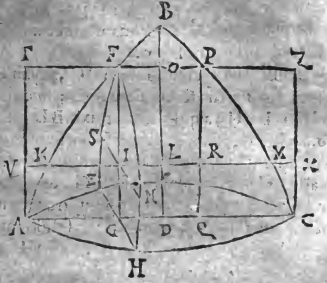
fine,

ti annuli ex eodem ſegmento parabolæ.

8. Si mente intelligamus duci aliam parallelam Bk, contentam inter BK, YX, adeo vt ducta, & YX, intercipiant ſegmentum intermedium parabolæ, & per talem lineam ductam intelligamus tranſire planum ad normam ſuperiorum; ab hoc plano, & à ducto per YX, continebitur pars quædam prædictorum truncorum, quorum itidem in parte Xk, ipſis truncis correſpondente habebimus centra æquilibrij dictorum ſegmentorum truncorum; quia ex locis ſupra citatis, habemus centra grauitatis ſolidorum rotundorum truncis correſpondentium.

9. In ſchem. propoſit. 2. prim. part. intelligamus ſemiparabolam quamcunque, ABD, cuius exponens ſit numerus par, quæ ſit ſecta FG, axi BD, parallela; ſuper ſemiparabola ADB, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Huius truncus ſiniſter, eſt proportionaliter analogus cum conoide ABC. Intelligamus per FG, tranſire planum erectum parabolæ genitrici, quod vtique ſecabit illum truncum in duas partes, quarum illa exiſtens ſuper portione minori AFG, erit proportionaliter analoga cum annulo ex AFG, reuoluta circa OD. Huius portionis illius trunci ſiniſtri, habemus in OD, centrum æquilibrij, quia in ſchol. prim. citat. propoſit. aſſignatum fuit in OD, centrum grauitatis annuli AFGQPC. Particularius autem habebimus ex loc. citat. ſi ABD,

ſit



ſit ſemiparabola quadratica, ſemper O D, ſic ſecari à centro æquilibrij partis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper A F G, vt pars terminata ad O, ſit ſemper reliquæ dupla.

10. Si prædicta pars trunci ſuper A F G, exiſtens, ſecetur plano parallelo A E C H, habebimus ex ſchol. 2. citat. propoſit. in fine, in L D, centrum æquilibrij partis illius trunci exiſtentis ſuper AkIG. Et particularius habemus, quod in parabola quadratica, L D, à tali centro æquilibrij ſic ſecabitur, vt pars terminata ad L, ſit ad reliquam, vt duplum rectangulum A G C, cum rectangulo K I M, ad

X du-

matis eius centrum grauitatis, reperto centro grauitatis in altitudine alterutrius trunci ſiniſtri, ex eadem proportione truncorum reperiemus centrum grauitatis alterius trunci. Proportiones verò cadentes inter truncos, reperientur in varijs propoſitionibus lib. 3. in quibus aſſignantur rationes cylindrorum circumſcriptorum varijs ſolidis rotundis, ad ipſa. Hæc quæ diximus facillime fient manifeſta peritis geometris, ac præſertim ijs, qui inſpexerint aliàs à nobis ſcripta.

Vſque modo aſſignauimus punctum præciſum æquilibrij ſupradictorum truncorum, in ſequenti propoſit. ſicuti ferè in omnibus ſequentibus, non punctum præciſum, ſed lineas dumtaxat, in quibus ſint centra ęquilibrij innumerabilium truncorum, quorum aliquos comprehendemus ſequenti propoſitione. Et licet non reperiamus punctum prçciſum, attamen non putamus ſequentes cognitiones à geometria poſtergandas eſſe, dummodo cupiat nouis cognitionibus, cuiuslibet ſint amplitudinis, promoueri. Sed quorumdam ſequentium truncorum, reperiemus etiam puncta præciſa, quæ ſint & centra æquilibrij, & grauitatis.

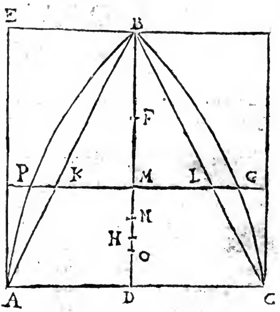
PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Aſſignare lineas in baſi nonnullorum truncorum cylindricorum rectorum ſuper diuerſis ſegmentis infinitarum parabolarum, & trilineorum exiſtentium variè reſectorum, in quibus ſint ipſorum centra æquilibrij.

IN ſuperioribus dum aſſignauimus centra æquilibrij ſupradictorum truncorum, exhibuimus in ſchematibus ipſos truncos, quod non faciemus in hac, & in multis alijs ſequentium propoſitionum; ſed tantum ponemus ſchemata, in quibus ſint figuræ, ſuper quibus intelligendi ſunt cylindrici, & trunci ad modum ſuperiorum.

1. Eſto ergo ſemiparabola A B D, cuius exponens ſit numerus par, quæ ſit ſecta P M, parallela baſi A D; intelligamus ſuper ſegmento A P M D, cylindricum rectum, ſectum plano diagonaliter tranſeunte per MD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Trunci ſiniſtri huius cylindrici habebimus in MD, centrum æquilibrij appenſi ſecundum M D. Ratio eſt, quia ex dictis in ſchol. propoſit. prim. talis truncus ſiniſter, eſt proportionaliter analogus cum ſegmento conoidis A P G C. Sed talis ſegmenti aſſignauimus centrum grauitatis in ſchol. propoſit. 15. lib. 4. ergo habebimus etiam centrum æquilibrij in M D, illius trunci ſiniſtri. Immo ex eodem ſchol. habemus particulariter, quod ſi A B D, ſit ſemipa-



rabola quadratica, & H, ſit centrum prædictum: hoc ſic ſecabit M D, vt M H, ſit ad H D, vt duplum quadratum A D, cum quadrato P M, ad duplum quadratum P M, cum quadrato A D. Si ergo per H, ducatur parallela A D: patet in ipſa, eſſe centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Quod pariter verificabitur in alijs truncis infra tradendis, quod ſemper intelligendum volumus, licet à nobis, breuitatis cauſa, non replicabitur. Verùm, quodnam punctum prædictæ lineæ, ſit centrum æquilibrij præciſum, vſque nunc ignoramus.

2. Sed non modo habemus in M D, centrum

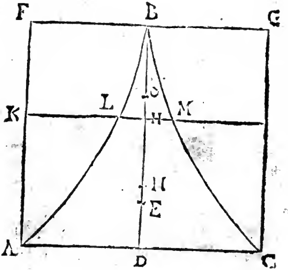
æqui-

æquilibrij trunci ſiniſtri, ſed etiam trunci dexteri. Nam hic eſt proportionaliter analogus cum ſegmento annuli ex APMD, reuoluto circa EA. Sed huius ſegmenti habemus in eius axi centrum grauitatis, ex propoſit. 35. miſcell. Quare & centrum æquilibrij in MD, trunci dexteri.

3. Eſto trilineum ABD, cuius diameter BD, ſit autem ſectum linea LH, AD, parallela, & intelligamus ſuper ſegmento ALHD, cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per DH, & punctum in latere. Habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri huiuſmodi cylindrici. Nam ex ſchol. propoſit. 18. lib. 4. habemus in HD, centrum grauitatis ſegmenti conici ALMC. Quinnimo ex dictis in eodem ſchol. poſſumus ampliare propoſit. 25. lib. 3. de centro grauitatis ſolidorum Lucæ Valerij, ad truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio ordinario, vt ex dictis loc. citato poteſt conſpici.

4. Sed non modo habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri prędicti cylindrici, ſed etiam trunci dexteri; quod vtique oſtendemus dari, quotieſcunque demonſtrabimus centrum grauitatis in kA, ſolidi orti ex rotatione ALHD, circa KA. Sic enim ſecatur kA, à centro grauitatis huius ſolidi rotundi, ſicuti ſecatur HD, à centro æquilibrij prædicti trunci dexteri. Solidi vero ex ALHD, reuoluto circa KA, ſic inueniemus centrum grauitatis. In kA, & in eius puncto medio, habemus

V 2 cen-



centrum grauitatis cylindri ex parallelogrammo k D. Pariter ex propoſit. 37. miſcell. habemus in k A, centrum grauitatis portionis fuſi orti ex reuolutione portionis minoris k L A, circa k A. Quotieſcunque ergo nobis etiam erit nota ratio ſolidi ex A L H D, circa K A, ad dictam portionem fuſi, ſciemus conſequenter quodnam ſit in k A, centrum grauitatis ſolidi ex A L H D, circa k A. Sed rationem ſolidi ex A L H D, ad prædictam portionem fuſi, habemus ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3. Cum enim ibi ſit aſſignata ratio, quam habet cylindrus ex k D, ad ſolidum ex A L H D, circa k A; diuidendo, aſſignata pariter erit ratio, quam habet portio fuſi ex k L A,

circa

circa k A, ad ſolidum ex ALHD, circa eandem kA.

5. Sed ſupponamus CBZ, eſſe quamlibet ex infinitis parabolis, cuius diameter Bk, & ſuper parabola intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter per ZC, & punctum in latere. Habemus duos truncos, nempe ſiniſtrum, & dextrum, quorum aſſignata fuerunt in parabola CBZ, centra æquilibrij in propoſit. 2. Ducatur QM, parallela diametro Bk, & per ipſam intelligamus tranſire planum ad parabolam erectum, ſecans ambos truncos. Ergo etiam pars cylindrici, cuius baſis CQM, portio minor parabolæ, habebit ſuas partes truncorum. Cum ergo ex ſchol. propoſit. prim. truncus ſiniſter cylindrici exiſtentis ſuper CBZ, ſit proportionaliter analogus cum fuſo ex CBZ, circa CZ, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; & pariter truncus dexter ſit ſic proportionaliter analogus cum ſolido rotundo ARBZC: ſequitur etiam partem trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM, eſſe proportionaliter analogam cum portione fuſi ex CQM, circa MC; & pariter partem trunci dexteri, eſſe proportionaliter analogam cum portione annuli ex CQM, circa GD. Cum ergo ex propoſit. 37. miſcell. habeamus in MC, centrum grauitatis portionis fuſi ex QMC, portione circa MC; habebimus etiam in MC, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM. Item, cum ex ſchol. propoſit. 18. lib. 4. in

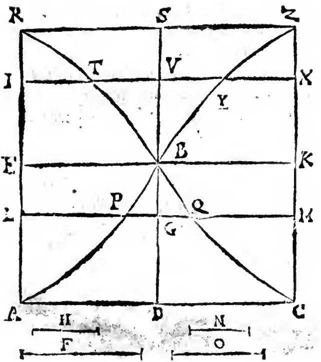
ſine,

fine, habeamus in G D, centrum grauitatis ſegmenti annuli ex portione M Q C, reuoluta circa G D; habebimus conſequenter in M C, centrum æquilibrij portionis trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper C Q M. Item reliqua pars trunci ſiniſtri, nempe ea, cuius baſis eſt portio maior M Q B Z, eſt proportionaliter analoga cum portione fuſi ex MQBZ; ſicuti reliqua pars trunci dexteri, eſt proportionaliter analoga cum portione annuli ex eadem portione maiori. Ergo ex citat. propoſit. 37. miſcell. habebimus in Z M, centrum æquilibrij illius portionis maioris trunci ſiniſtri; quia ibidem aſſignauimus in Z M, centrum grauitatis portionis maioris fuſi ex MQBZ. Pariter ex citat. ſchol. propoſit. 18. lib. 4. habebimus in Z M, centrum æquilibrij prædictæ portionis maioris trunci dexteri, quia habemus in S G, centrum grauitatis portionis annuli ex M Q B Z, circa S G.

6. Si intelligamus etiam duci planum per B K, ad parabolam erectum, habebimus in K M, centra æquilibrij amborum truncorum partis cylindrici, cuius baſis ſegmentum ad diametrum Q B k M. Siniſtri ex citat. propoſit. 37. miſcell. in qua aſſignatur in k M, centrum grauitatis partis fuſi ortæ ex reuolutione M Q B K, circa k M. Dexteri vero ex ſchol. citat. propoſit. 18. lib. 4. in qua aſſignatur in B G, centrum grauitatis partis annuli ortæ ex reuolutione eiuſdem ſegmenti circa B G.

7. Si ducamus etiam Y X, B k, parallelam, per quam intelligamus tranſire planum ad parabolam

ere-



erectum: ex locis citat. habebimus centra æquilibrij in XM, ſegmentorum prædictorum truncorum contentorum inter plana per QM, & per YX. Segmenti trunci ſiniſtri, quia in citat. propoſit. miſcell. aſſignauimus in XM, centrum grauitatis ſegmenti intermedij fuſi ex MQYX, reuoluto circa XM. Segmenti vero trunci dexteri, quia in loc. citat. lib. 4. aſſignauimus in VG, centrum grauitatis ſegmen-

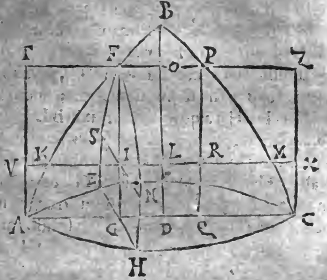
ti

ti annuli ex eodem ſegmento parabolæ.

8. Si mente intelligamus duci aliam parallelam Bk, contentam inter BK, YX, adeo vt ducta, & YX, intercipiant ſegmentum intermedium parabolæ, & per talem lineam ductam intelligamus tranſire planum ad normam ſuperiorum; ab hoc plano, & à ducto per YX, continebitur pars quædam prædictorum truncorum, quorum itidem in parte Xk, ipſis truncis correſpondente habebimus centra æquilibrij dictorum ſegmentorum truncorum; quia ex locis ſupra citatis, habemus centra grauitatis ſolidorum rotundorum truncis correſpondentium.

9. In ſchem. propoſit. 2. prim. part. intelligamus ſemiparabolam quamcunque, ABD, cuius exponens ſit numerus par, quæ ſit ſecta FG, axi BD, parallela; ſuper ſemiparabola ADB, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Huius truncus ſiniſter, eſt proportionaliter analogus cum conoide ABC. Intelligamus per FG, tranſire planum erectum parabolæ genitrici, quod vtique ſecabit illum truncum in duas partes, quarum illa exiſtens ſuper portione minori AFG, erit proportionaliter analoga cum annulo ex AFG, reuoluta circa OD. Huius portionis illius trunci ſiniſtri, habemus in OD, centrum æquilibrij, quia in ſchol. prim. citat. propoſit. aſſignatum fuit in OD, centrum grauitatis annuli AFGQPC. Particularius autem habebimus ex loc. citat. ſi ABD,

ſit



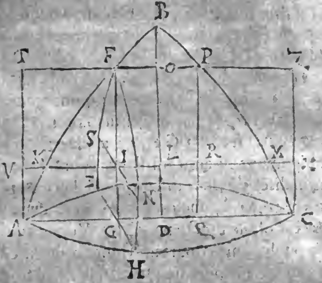
ſit ſemiparabola quadratica, ſemper O D, ſic ſecari à centro æquilibrij partis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper A F G, vt pars terminata ad O, ſit ſemper reliquæ dupla.

10. Si prædicta pars trunci ſuper A F G, exiſtens, ſecetur plano parallelo A E C H, habebimus ex ſchol. 2. citat. propoſit. in fine, in L D, centrum æquilibrij partis illius trunci exiſtentis ſuper AkIG. Et particularius habemus, quod in parabola quadratica, L D, à tali centro æquilibrij ſic ſecabitur, vt pars terminata ad L, ſit ad reliquam, vt duplum rectangulum A G C, cum rectangulo K I M, ad

duplum rectangulum kIM, cum rectangulo AGC. Pariter colligemus ex dicto ſchol. tale centrum æquilibrij taliter ſecare mediam tertiam partem LD, vt pars propinquior L, ſit ad reliquam, vt rectangulum AGC, ad rectangulum kIM.

11. Intelligamus conoides ABC, parabolicum, cuius exponens ſit numerus par; hoc ſit ſectum plano EFH, æquidiſtanter axi BD, & ad parabolam genetricem erecto; ſuper ſemifiguram EFG, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per FG, & per punctum in latere erecto à puncto E: huius truncus ſiniſter erit proportionaliter analogus cum ſolido rotundo EFH, genito ex rotatione ſemifiguræ EFG, circa FG. Trunci ſiniſtri præfati cylindrici appenſi ſecundum FG, habebimus in FG, centrum æquilibrij. Hoc vero habebimus ex ſchol. 2. cit. propoſit. in principio. Sicuti ſecto tali trunco, plano SN, parallelo EH; etiam ſegmentorum huius trunci, habebimus in partibus FG, correſpondentibus, centra æquilibrij.

12. Sit ſemiparabola quæcunque ABD, cuius axis AD, baſis BD, cui ſit ducta parallela FG: ſuper ABD, ſemiparabola intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Si intelligemus truncum ſiniſtrum ſecari alio plano inſiſtente ipſi FG, ac erecto ſemiparabolæ; portio huius trunci exiſtens ſuper ſemiparabola ad verticem



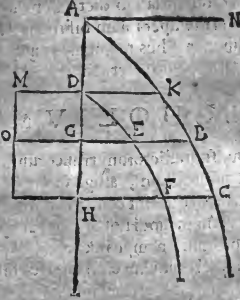
ticem A F G, erit proportionaliter analoga cum annulo A F G Q P C, orto ex rotatione ſemiparabolæ ad verticem circa B D. Ex propoſit. 13. prim. part. habebimus in O D, centrum æquilibrij ſegmenti illius trunci ſiniſtri. Sicuti intellecto ſemifuſo parabolico A B C, ſectoque ipſo, ſemifigura E F G, æquidiſtanter B D, ad ſemiparabolam A B D, erecta, ac ſuper ſemifigura E F G, intellecto cylindrico recto ſecto diagonaliter plano tranſeunte per F G, & per punctum in latere erecto à puncto E; trunci ſiniſtri huius cylindrici habebimus, ex ſchol. citat. propoſit. in F G, centrum æquilibrij.

librij. Sed hæc ſunt vniuerſalia. Particularius etenim, ex eodem ſcholio, habebimus, quod ſi A G, G D, ſint æquales, poterimus etiam in numeris exprimere, in qua ratione ſecentur O D, F G, à centris æquilibrij prædictorum truncorum cylindricorum. Hæc omnia facile percipientur ex ſcholio citato.

13. Sed in eodem ſchemate ſupponamus A B D, eſſe trilineum quodcunque cuius axis BD, baſis AD, & axi B D, ſit ducta G F, parallela: ſuper A B D, intelligamus truncum ſiniſtrum cylindrici recti ſecti diagonaliter plano tranſeunte per B D, & punctum in latere erecto à puncto A; & hic truncus concipiatur ſectus plano erecto per G F. Vt prius diſcurrentes, concludemus, partem trunci exiſtentem ſuper A G F, eſſe proportionaliter analogam cum ſolido orto ex rotatione ipſius A G F, circa B D. Quare ex ſchol. prim. propoſit. 15. prim. part. habebimus in O D; centrum æquilibrij ipſius trunci ſecundum O D, appenſi. Quod ſi conicus A B C, intelligatur ſectus figura E F H, & ſuper F G E, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per G F, & punctum in latere erecto à puncto E. Huius trunci ſiniſtri habebimus in G F, centrum æquilibrij appenſi ſecundum G F, ex ſchol. 2. citat. propoſit.

14. Si in ſchem. propoſit. vltimæ prim. part. ſupponamus H A C, H D F, eſſe duas ſemiparabolas quadraticas æquales, vt ibidem explicatum fuit, & acta vbilibet ordinatim applicata H F C, ductaque

DK,



Dk, parallela eidem, ſuper HDKC, concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per HD, & per latera erecta à punctis C, k. Huius truncus dexter in hoc caſu ſecabitur à ſuperficie inſiſtente curuæ DEF, in duas partes. Et cum totus talis truncus ſit proportionaliter analogus cum toto fruſto conoidali orto ex reuolutione HDkC, circa DH; & pariter eius pars exiſtens ſuper ſemiparabola HDF, ſit proportionaliter analoga cūm conoide ex ipſa genito; erit reliqua eius pars, nempe exiſtens ſuper quadrilatero curuo FDkC, proportionaliter analoga cum ſolido ex ipſo, reuoluto circa DH, orto. Ex ſchol. ergo citat. propoſit. habemus

bemus centrum æquilibrij portionis illius trunci exiſtentis ſuper quadrilatero dicto appenſi ſecundum DH, diuidere ſemper ipſam bifariam. Sic dicatur de quibuslibet partibus ſegmenti illius trunci reſecti planis parallelis plano erecto ſuper FC.

SCHOLIVM.

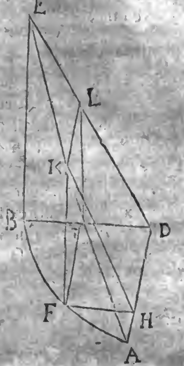
Omnium ſupradictorum truncorum in præſenti propoſit. contentorum, aſſignauimus ſolummodo lineam in baſi, in qua ſint centra æquilibrij ipſorum. Non deſunt tamen modi notandi puncta præciſa, in aliquibus ipſorum, nempe in explicatis quatuor primis numeris. Antequam ergo vlteriùs procedamus, determinauimus hæc centra indagare.

PROPOSITIO XIX.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper ſegmento ad baſim ſemiparabolæ, cuius exponens ſit numerus par, ac reſecti plano diagonaliter tranſeunte per diametrum parabolæ, & punctum in latere, centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine poſſunt aſſignari.

Sit BAD, ſemiparabola quæcunque, cuius exponens ſit numerus par, quæ ſit ſecta FH, BD, baſi parallela, ſuperque ſegmento FBDH, ſit cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per DH, diametrum, & punctum in latere. Trunci

ci ſiniſtri F k H D E B, huiuſce cylindrici in BDHF, centrum æquilibrij poteſt aſſignari. Concipiamus totum cylindricum ſuper ſemiparabola B A D, exiſtentem ſectum per A D, & punctum in latere. Tam A B D E, trunci ſiniſtri totius huius cylindrici, quam eius portionis F A H k, exiſtentis ſuper ſemiparabola ad verticem A F H, habemus in baſibus B A D, A F H, centra æquilibrij, ex propoſ. 12. Si ergo mente coniungamus hæc centra linea, quæ taliter producatur ad partes centri totius trunci, vt ſit reciprocè intercepta inter hæc centra, ad productam, vt pars trunci ſuper B F H D, ad partem trunci ſuper HAF. Inuentum punctum, erit centrum æquilibrij fruſti illius trunci ſiniſtri ſuper B F H D, ac ſecundum B F H D, appenſi. Si ergo habemus rationem prædictorum ſegmentorum trunci ſiniſtri ſuper ſemiparabola exiſtentis, habebimus etiam punctum æquilibrij, quod quæritur. Sed prædicta ratio datur. Quare &c.



Quod

Quod vero detur prædicta ratio, patet. Quia, cum truncus ſiniſter prædictus, ſit proportionaliter analogus cum conoide parabolico ex B A D, circa DA, erit pars ipſius exiſtens ſuper BFH D, ad partem exiſtentem ſuper H A F, vt ſegmentum conoidale ex B F H D, ad conoides ex H A F; nempe ex propoſit. prim. lib 2. diuidendo, vt exceſſus poteſtatis B D, duplici gradu altioris poteſtate parabolæ, ſupra ſimilem poteſtatem H F, ad ſimilem poteſtatem H F. Centrum grauitatis reperietur eodem modo. Nam, cum dentur centra grauitatis in altitudinibus amborum truncorum exiſtentium ſuper BAD, FAH, & pariter detur altitudo portionis exiſtentis ſuper F B D H, quia in ipſa datur centrum æquilibrij; coniunctis centris grauitatis truncorum exiſtentium ſuper B A D, F A H, productaque linea, occurret altitudini portionis trunci exiſtentis ſuper BFHD, in centro grauitatis ipſius.

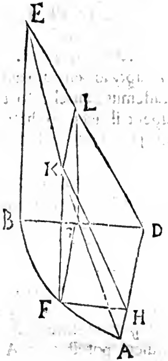
PROPOSITIO XX.

Eiuſdem cylindrici trunci dexteri, centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſsignare.

PRopoſitio probari poteſt diuerſis modis, nos vno dùmtaxat contenti erimus. Totius cylindrici ſuper B F H D, exiſtentis datur in B F H D, centrum æquilibrij, quia ex ſchol. prim. propoſit. 11. lib. 3. eiuſdem B F H D, datur centrum grauitatis.

Ex

Ex propoſit. anteced. datur in BFHD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri. Ratio trunci ad truncum, habetur ex ſchol. 2. citat. propoſit. 11. lib. 3. quia ibi aſſignatur ratio ſolidi ex BFHD, circa DH, ad ſolidum ex eodem ſegmento circa parallelam DH, ductam per BS. Quare patet propoſitum. Centrum grauitatis reperietur ex iiſdem datis centris grauitatis. Quod etiam intelligetur in duabus ſequentibus propoſitionibus.



PROPOSITIO XXI.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper quolibet infinitorum trapeziorum, & reſecti plano diagonaliter tranſeunte per diametrum trilinei, & punctum in latere, centra æquilibrij in baſi & in altitudine grauitatis, poſſunt aſſignari.

SVpponatur ABD, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius diameter DA, & ducta FH, parallela AD, ſuper trapezio BFHD, concipiamus cylindricum rectum ſectum per HD, & punctum in latere. Trunci ſiniſtri eſt aſſignabile in trapezio centrum æquilibrij. Nam, vt prius concludemus, intellecto toto trunco ſiniſtro exiſtente ſuper trilineo, nos habere in ABD, centrum æquilibrij totius, & in FAH, centrum æquilibrij portionis exiſtentis ſuper ipſo, ex propoſit. 16. Sed etiam habemus rationem ſegmenti talis trunci exiſtentis ſuper trapezio, ad truncum exiſtentem ſuper trilineo ad verticem. Quia cum ille truncus ſiniſter, ſit proportionaliter analogus cum conico ex ABD, circa DA, habemus ex propoſit. 2. lib 2. eſſe diuidendo, fruſtum ex FBDH, ad conicum ad verticem ex FAH, vt exceſſus poteſtatis DA, cuius exponens ſit duplus vnitate auctus exponentis trilinei, ſupra ſimilem poteſtatem AH, ad ſimilem poteſtatem AH.

PROPOSITIO XXII.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici ſunt prædicta centra aſſignabilia.

PAtet ad modum propoſit. 20. Quia cum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio, habeamus centrum æquilibrij in trapezio, (habemus etenim trape-

pe-

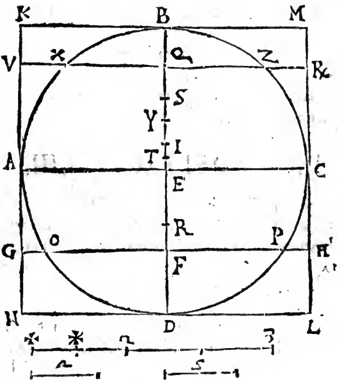
pezij centrum grauitatis ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3.) & pariter in eodem ex propoſit. anteced. habeamus centrum æquilibrij trunci ſiniſtri, cum pariter ex eodem ſchol. habeamus rationem trunci ad truncum, quia habemus rationem fruſti ex FBDH, circa DH, ad ſolidum ex eodem circa ductam per B, DH, parallelam; non ignorabimus centrum æquilibrij trunci dexteri.

PROPOSITIO XXIII.

Aſsignare in ſemicirculo, vel ſemiellipſi lineas, in quibus ſint centra æquilibrij variorum ſegmentorum trunci ſiniſtri cylindrici recti ſuper ſemicirculo, vel ſemiellipſi exiſtentis, ac reſecti plano tranſeunte per diametrum circuli, & ellipſis.

ESto DABC, vel circulus cuius diameter BD, vel ellipſis, cuius eadem BD, ſit axis, & concipiamus ſuper DAB, ſemicirculo, vel ſemiellipſi exiſtere cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & punctum in latere. Variorum ſegmentorum trunci ſiniſtri eiuſdem, intelligimus docere in hac propoſit. nos poſſe aſſignare lineas in baſi, in quibus ſint ipſorum centra æquilibrij.

1. Sciendum eſt centrum æquilibrij trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper quadrante EAB, ſic diuidere BE, v. g. in Y, vt BY, ſit ad YE, vt 5. ad 3. ſicuti ex propoſit. 20. lib. 4. ſecatur eadem BE, à centro grauitatis



uitatis hemiſphærij, ſeù hemiſphæroidis ABC.

2. Si quadranti ſit circumſcriptum rectangulum KE, ac ſuper trilineo AkB, concipiatur cylindricus ſectus plano tranſeunte per B, & per latus oppoſitum ipſi kA, in baſi oppoſita; truncus ſiniſter huius cylindrici, qui erit exceſſus priſmatis ſiniſtri exiſtentis ſuper parallelogrammo kE, ſupra truncum

cum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper quadrante, habebit ſuum centrum æquilibrij in BE, ita ipſam diuidens v.g. in Q, vt ſit BQ, ad QE, vt 1. ad 3. In eadem enim ratione, ex propoſit. citat. ſecatur BE, à centro grauitatis ſolidi ex trilineo mixto AkB, reuoluto circa BE.

3. Ex eadem propoſit. elicietur in BQ, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper XBQ, minori portione, ducta XQ, perpendiculari BE; quia habemus in eadem BQ, centrum grauitatis minoris portionis XBZ.

4. Quia pariter in QD, habetur centrum grauitatis maioris portionis XDZ, ex citat. propoſit. habebimus pariter in QD, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper XDQ.

5. In QE, habebimus centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ſegmento ad diametrum EAXQ.

6. Ducta OF, pariter normali BD, habebimus in QF, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper ſegmento intermedio FOXQ, includente diametrum AE.

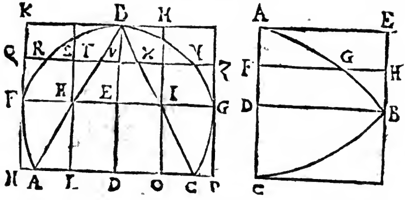
7. Si inter XQ, AE, ducatur alia parallela ipſis, adeo vt hæc, & XQ, intercipiant ſegmentum intermedium. Habebimus pariter in parte ipſius QE, tali ſegmento correſpondente, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper illo ſegmento. Hæc omnia enim centra æquilibrij dantur, quia in citat. propoſit. aſſignata fuerunt in axe

cen-

centra grauitatis partium ſphæræ, vel ſphæroidis correſpondentium partibus trunci ſiniſtri prædicti. Trunci vero dexteri prædicti cylindri, quoad ſuas partes, non habemus centra æquilibrij in B D, niſi ex ſuppoſitione circuli quadraturæ, qua ſuppoſita, nobis liceret reperire centra grauitatis in N k, partium annuli ex D A B, circa k N.

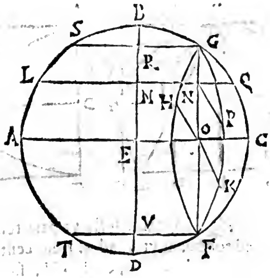
8 Eſto A B C, quælibet portio circuli, vel ellipſis, cuius axis B D, & A B, ſit linea: ſuper A F B D, portione concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Truncus ſiniſter huius cylindrici, eſt, ex dictis, proportionaliter analogus cum portione ſphæræ, vel ſphæroidis A B C. Item, ſi per lineam B A, tranſeat planum erectum A B D, quod dirimat truncum in duas partes; eius portio exiſtens ſuper triangulo A B D, erit proportionaliter analoga cum cono A B C. Reliqua ergo eius portio, cuius baſis A F B A, erit proportionaliter analoga cum exceſſu portionis A B C, ſphæræ, vel ſphæroidis, ſupra conum A B C. Ex ſchol. 2. propoſit. 45. miſcell. ſciendum eſt, centrum æquilibrij illius ſegmenti trunci exiſtentis ſuper A F B A, & appenſi ſecundum B D, eſſe in E, medio puncto B D, in quo ex loc. citat. eſt centrum grauitatis exceſſus A B C, portionis ſupra A B C, conum. Item ſi per F H, biſecantem B A, intelligamus erigi planum, ſecans partem illius trunci in duas partes relictas hinc inde, centrum æquilibrij partis exiſten-

tis



tis ſuper FBH, ſic ſecabit BE, vt pars terminata ad B, ſit ad reliquam vt 5. ad 3. Item centrum æquilibrij partis exiſtentis ſuper FAH, ſic ſecabit DE, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam vt 5. ad 3. Sed etiam aliarum partium illius portionis trunci exiſtentis ſuper AFBA, poſſumus in BD, aſſignare centra æquilibrij. Quæ autem hæ ſint, elicietur ex loc. cit.

9. Si ABCD, ſit circulus, vel ellipſis, cuius axis BD, & ipſi BD, ſit parallela GF, ductiſque RG, VF, normalibus ipſi BD, ſuper RGCFV, concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per RV, & per punctum in latere erecto à puncto C. In tali caſu, truncus dexter huius cylindrici, erit proportionaliter analogus cum ſegmento ſphæræ, vel ſphæroidis TASGCF. Cum ergo ſecto hoc trunco, plano per GF, erecto circulo,



culo, vel ellipſi, diuidatur hic truncus in duas partes, quarum exiſtens ſuper parallelogrammo RF, ſit proportionaliter analoga cum cylindro ex eodem parallelogrammo reuoluto circa RV, reliqua pars huius exiſtens ſuper portione GCF, erit proportionaliter analoga cum annulo ex eadem portione reuoluta circa eandem RV. Ridiculum eſſet, ſuppoſito E, biſecare RV, dicere, ipſum eſſe centrum æquilibrij illius portionis trunci exiſtentis ſuper GCF, cum hoc ſit luce meridiana clarius. Non erit tamen ridiculum affirmare, ac tradere, OC, biſecante GF, ac per ipſam erecto plano dirimente portionem prædictam illius trunci in duas partes re-

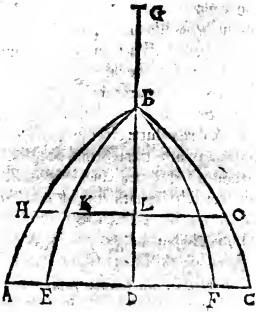
liĉtas

lictas hinc inde, centrum æquilibrij alterutrius ipſarum, v. g. exiſtentis ſuper OGC, ſic RE, ſecundum quam intelligenda eſt appendi, ſecare, vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad E, vt 5. ad 3. Ratio deſumitur ex ſchol. 2. propoſit. 5. primæ partis, in qua fuit patefactum, ſic ſecari RE, à centro grauitatis dimidij annuli orti ex reuolutione figuræ OGC, reuolutæ circa BD. Sed ex ſchol. citato, poſſumus aſſignare etiam centra æquilibrij aliarum partium ſegmenti illius trunci: quæ autem hæ ſint, lector ex ſcholio citat. poteſt eruere.

PROPOSITIO XXIV.

Variorum truncorum cylindricorum ſuper hyperbola variè exiſtentium, ac variè reſectorum, aſſignare lineas, in quibus ſint centra æquilibrij.

1. ESto hyperbola ABC, cuius latus tranſuerſum GB; ſuper ſemihyperbola ABD, concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere. Truncus ſiniſter huius cylindrici, eſt proportionaliter analogus cum conoide hyperbolico ABC. Centrum ergo æquilibrij illius trunci ſiniſtri, vel ſic diuidit, ex propoſit. 13. miſcell. duodecimam partem BD, ordine quartam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt dimidium GB, ad tertiam partem BD. Vel ex propoſit. 14. eiuſdem, ſic diui-



dit quartam partem BD, ordine ſecundam à D, vt pars propior D, ſit ad reliquam, vt ſexta pars GB, ad tertiam partem GD. Vel demum, ex prop. 44. miſcell. ſic diuidit BD, e.g. in L, vt BL, ſit ad LD, vt GB, cum ſubſeſquitertia BD, ad dimidium GB, cum quarta parte DB.

2. Si ducta HL, parallela AD, ac ſuper ſegmento AHLD, concipiamus cylindricum rectum ſectum vt ſupra; etiam trunci ſiniſtri huius, habebimus in LD, centrum æquilibrij; quod erit idem cum centro grauitatis ſegmenti conoidis AHOC, cuius

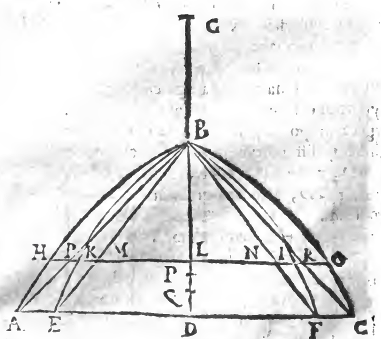
cuius aſſignatur centrum grauitatis in L D, in propoſit. 17. miſcell.

3. Si intra hyperbolam A B C, concipiamus parabolam quadraticam E B F, ita diuidentem A D, in E, vt quadratum A D, ſit ad quadratum D E, vt D G, ad G B; (exiſtente G B, latere tranſuerſo) & tam ſuper ſemihyperbola A B D, quam ſuper ſemiparabola E B D; concipiamus cylindricos rectos æquealtos ſectos plano tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Patet ex dictis, truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola E B D, eſſe proportionaliter analogum cum conoide parabolico E B F; & truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper ſemihyperbola, eſſe proportionaliter analogum cum conoide hyperbolico A B C. Differentia ergo horum truncorum, erit proportionaliter analoga cum exceſſu conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum. Ex ſchol. ergo 2. propoſit. 4. miſcell. habebimus centrum æquilibrij differentiæ illorum truncorum ſic diuidere B D, v. g. in L, vt B L, ſit tripla L D, ſicuti diuiditur B D, à centro grauitatis differentiæ conoideorum.

4. Si per H L, parallelam A D, intelligamus erigi planum erectum figuris, ac ſecans truncos ſiniſtros prædictos. Ex loc. citat. habebimus in L D, centrum æquilibrij differentiæ illorum ſegmentorum, truncorum, quia in L D, habemus centrum grauitatis differentiæ ſegmentorum A H O C, &

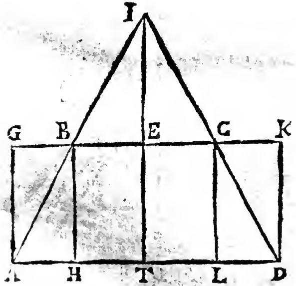
EkF. Diuidetur ergo LD, à tali centro æquilibrii, vt diuiditur à centro grauitatis fruſti conici contenti inter plana AC, HO, & quod ſit ſegmentum talis coni, cuius diameter ſit BD.

5. In ſchemate ſequenti in ijſdem figuris intelligamus ductas rectas BE, BA, & intelligamus quatuor cylindricos æquealtos, quorum baſes EBD, triangulum, EBD, ſemiparabola, ABD, triangulum, & ABD, ſemihyperbola; & omnes hi cylindrici intelligantur ſecti vt prius. Ex ſchol. propoſit. 6. miſcellanei; deducemus, medium punctum BD,



eſſe centrum æquilibrij tam differentiæ truncorum ſiniſtrorum exiſtentium ſuper ADB ſemihyperbola, & ABD, triangulo, quam ſuper EDB, ſemiparabola, & EBD, triangulo. Nam idem medium punctum BD, eſt centrum grauitatis exceſſus vtriuſque conoidis ſingillatim ſupra conos ſibi inſcriptos.

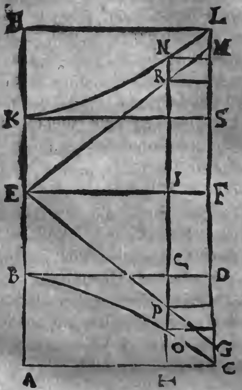
6. Si AIT, ſit triangulum rectangulum ad T, & ABET, ſit trapezium cuius oppoſitæ baſes BE, AT, ſint parallelæ, & ſit parallelogrammum BT; & tam ſuper trapezio ABET, quam ſuper parallelogrammo BT, concipiantur cylindrici recti ſecti diagonaliter plano tranſeunte per ET, & per pun-



ctum

ctum in latere erecto à puncto A. Patet truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio, eſſe proportionaliter analogum cum ſegmento conico ABCD; ſicuti priſma ſiniſtrum ſuper BT, exiſtens, eſt proportionaliter analogum cum cylindro BL. Exceſſus ergo trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper trapezio, ſuper priſma exiſtens ſuper parallelogrammo, erit proportionaliter analogus cum exceſſu ſegmenti conici ABCD, ſupra cylindrum BL. Ita ergo diuidetur ET, à centro æquilibrij illius differentiæ truncorum, ſicuti diuiditur à centro grauitatis exceſſus ABCD, ſupra cylindrum BL. Sed centrum grauitatis huius exceſſus, ſic diuidit ET, ex ſchol. 2. propoſit. 10 miſcell. veluti diuiditur eadem ET, à centro grauitatis conoidis hyperbolici, cuius axis TE, latus tranſuerſum dupla IE. Ergo etiam ſic diuidetur ET, à centro æquilibrij differentiæ illius trunci ſiniſtri ſupra priſma ſiniſtrum.

7. In ſchemate ſequenti, ABC, ſit ſemihyperbola; AD, ſit parallelogrammum ei circumſcriptum; AB, ſit eius diameter; EB, ſit dimidium eius lateris tranſuerſi; & EF, ſit eius coniugata diameter, adeo vt AF, ſit parallelogrammum. Iam ſuper quadrilatero mixto FEBC, concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per EF, & per punctum in latere erecto à puncto C. Hoc planum conſtituet truncum ſiniſtrum exiſtentem ſuper illo quadrilatero, à quo à pla-



plano per BD, erecto auferetur priſma ſiniſtrum exiſtens ſuper parallelogrammo BF. Truncus ſiniſter totus exiſtens ſuper quadrilatero, eſt proportionaliter analogus cum toto ſolido CBkL, orto ex reuolutione quadrilateri mixti circa EF. Priſma vero exiſtens ſuper BF, eſt proportionaliter analogum cum cylindro BS. Ergo exceſſus trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper quadrilatero mixto CBEF, ſupra priſma ſiniſtrum exiſtens ſuper BF, erit pro-
por-

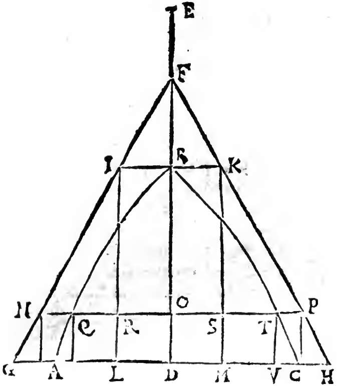
portionaliter analogus cum ſolido ex trilineo mixto C B D, circumacto circa E F. Centrum ergo æquilibrij in E F, illius exceſſus, ſic ſecabit E F, v.g. in I, vt E I, ſit tripla I F. Sic enim ex ſchol. 2. propoſit. 18. miſcell. ſecatur E F, à centro grauitatis annuli C B D S k L. Item, ſi concipiamus tantum partem illius exceſſus trunci ſiníſtri exiſtentem ſuper trilineo mixto O B Q (ducta N T, parallela C L) etiam huius centrum æquilibrij ſic ſecabit E I, vt pars terminata ad E, ſit reliquæ tripla. Pariter centrum æquilibrij partis illius exceſſus exiſtentis ſuper C P Q D, ſecabit I F, vt ſecatur à centro grauitatis fruſti conici G P R M. Hæc enim omnia deducuntur ex ſchol. cit.

8. Si E G, ſit Aſymptotos hyperbolæ, & dentur reliqua vt prius; cum totus truncus ſiniſter exiſtens ſuper quadrilatero mixto C B E F, ſit, vt dictum eſt prius, proportionaliter analogus cum ſolido rotundo C B k L, & truncus ſiniſter exiſtens ſuper triangulo G E F, ſit proportionaliter analogus cum cono G E M, ergo differentia horum truncorum, nempe illa, quæ exiſtit ſuper quadrilatero C B E G, erit proportionaliter analoga cum ſolido rotundo G C B E k L M. Ex ſchol. ergo 2. propoſit. 19. miſcell. habebimus, ſecari E F, in medio ſui puncto à centro æquilibrij illius differentiæ, ſicuti ſecatur à centro grauitatis illius ſolidi. Sed non ſolum ex loc. citat. ſic ſecabitur E F, à centro æquilibrij totius differentiæ, ſed etiam ſic ſecabitur

quæ-

quælibet pars E F, quæ correſpondeat cuilibet parti illius differentiæ. Quod etiam intelligendum eſt ſi omnia intelligerentur duplicari ex altera parte K B. Hæc facile intelligentur ab intuente locum citatum.

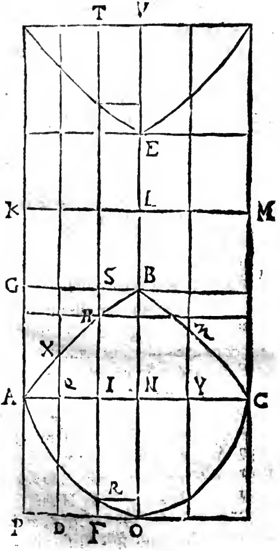
9. Si intelligamus A B D, eſſe ſemihyperbolam, cuius latus tranſuerſum E B; centrum F; & aſymptotos F G; baſis vero D A, ſit producta ad G, ac B I, ſit D G, parallela. Concipiatur ſuper G I B D, cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto G; truncus ſiniſter huius cylindrici, eſt proportionaliter analogus cum fruſto conico G I k H. A plano tranſeunte per curuam B Q A, erecto hyperbolæ, à tali trunco aufertur truncus ſiniſter exiſtens ſuper ſemihyperbola A B D, quod vtique eſt proportionaliter analogus cum conoide hyperbolico A B C. Ergo differentia horum truncorum, quæ erit exiſtens ſuper quadrilatero mixto G I B A, erit proportionaliter analoga cum exceſſu ſolidi G I k H, ſupra conoides A B C. Ex ſchol. propoſit. 20. Miſcell. in quo dicitur centrum grauitatis exceſſus ſegmenti conici G I K H, ſupra conoides ſecare ſemper B D, in eius medio puncto, haurietur ſic etiam ſecari eadem B D, à centro æquilibrij differentiæ illorum truncorum. Et cum in eodem ſcholio ſit affirmatum, ſic etiam ſecari partes axis à centris grauitatis partium ſolidi correſpondentium; v. g. ducto plano N P, parallelo G H,



etiam O D, bifariam diuidi à centro grauitatis exceſſus fruſti conici G N P H, ſupra ſegmentum conoidis A Q T C, ſic etiam diuidetur O D, à centro æquilibrij differentiæ illorum truncorum exiſtentis ſuper G H Q A.

10. Ex ſchol. 3 propoſit. 26. miſcell. eliciemus centra æquilibrij aliorum ſegmentorum, quæ nunc explicabimus. In ſchemate ergo illius propoſit. quod iterum apponimus, intelligamus A B C, eſſe hy-

Digitized by Google

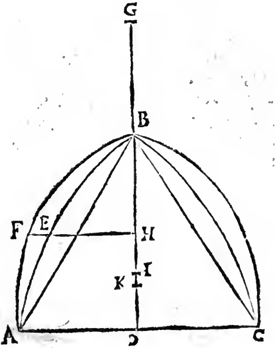


hyperbolam, cuius axis BN; latus tranſuerſum EB; centrum L; & kM, ſit ſecunda coniugata

diameter. Intelligamus ſuper ABC, hyperbola cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per KM, & per latus oppoſitum ipſi AC. Huius cylindrici truncus ſiniſter erit ex dictis, proportionaliter analogus tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales cum annulo lato ex hyperbola ABC, circa kM, reuoluta. Ex citat. ergo ſcholio variorum ſegmentorum huius trunci ſiniſtri habebimus in kM, centrum æquilibrij. Habebimus enim ſic ſecari kL, à centro æquilibrij trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper ſemihyperbola ABN, vt pars terminata ad L, ſit ad reliquam vt 5. ad 3. Pariter habebimus quomodo ſecetur pars Lk, correſpondens parti trunci ſiniſtri exiſtenti ſuper IHBN, à centro æquilibri illius. Sic dicatur de cæteris partibus: hæc enim omnia nimis ſunt manifeſta, & facile à perito geometra intelligentur ex ſchol. citat. & ex exemplis ſupra traditis.

11. In ſchem. propoſit. 42. miſcell. ſint conoidea hyperbolicum ABC, & parabolicum item ABC, quod in propoſit. 41. eiuſdem probauimus totum cadere intra hyperbolicum, ſuper ſemihyperbola AFBD, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Huius truncus ſiniſter, à plano erecto ſemihyperbolæ, ac tranſeunte per curuam parabolicam BEA, ſecabitur in duas partes, quarum vna erit truncus ſiniſter cylindrici erecti ſuper ſemiparabola; altera erit exceſſus

trun-

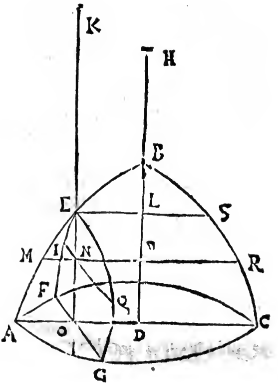


trunci ſiniſtri hyperbolici ſupra truncum ſiniſtrum parabolicum. Cum ergo vterque truncus ſiniſter, ſit proportionaliter analogus cum ſuo conoide; erit differentia ipſorum, cuius baſis exceſſus ſemihyperbolæ ſuper ſemiparabola, proportionaliter analoga cum exceſſu conoidis hyperbolici, ſupra conoides parabolicum. Ex propoſit. 42. miſcell. in qua oſtenditur H, medium punctum BD, eſſe centrum grauitatis exceſſus conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum, habebimus idem punctum H, eſſe centrum æquilibrij differentiæ illorum truncorum

rum ſiniſtrorum appenſæ ſecundum BD.

12. In ſchem. propoſit. 4. prim. part. ſupponamus ABD, eſſe ſemihyperbolam, cuius axis BD, latus tranſuerſum BH, & ipſi BD, ſit ducta vbilibet EO, parallela, quæ ſic producatur ad k, vt kE, ſit æqualis compoſitæ ex HL, & LB: ſuper ABD, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Per EO, intelligamus tranſire planum erectum ſemihyperbolæ, quod ſecabit truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ABD, in duas partes, quarum vna erit exiſtens ſuper portione minori hyperbolæ AEO. Ex ſchol. prim. dictæ propoſit. 4. habebimus, centrum æquilibrij illius portionis trunci exiſtentis ſuper AEO, ſic ſecare LD, partem BD, illi correſpondentem, vt ſecatur EO, à centro grauitatis conoidis hyperbolici cuius axis EO, latus tranſuerſum kE. Pariter ex ſchol. 2. eiuſdem propoſit. patebit, ſecta prædicta parte trunci exiſtente ſuper AEO, plano per MN, tranſeunte, parallelo plano AFCG, patebit inquam, partem illam illius trunci exiſtentem ſuper AMNO, habere ſuum centrum æquilibrij, quod ſic diuidat PD, partem axis illi correſpondentem, vt diuiditur NO, à centro grauitatis fruſti conoidis hyperbolici, cuius fruſti axis, ſit NO, E, O vero ſit axis totius conoidis hyperbolici, cuius illud eſt fruſtum, KE, vero ſit latus tranſuerſum.

SCHO-



SCHOLIVM.

Hæc ſunt ſegmenta cylindricorum ſuper hyperbola variè exiſtentium, quorum aſſignata fuerunt in lineis puncta æquilibrij, per quæ puncta ſi ducantur lineæ in baſibus illorum truncorum parallelæ illis, quibus duci debent, in ijs erunt centra æquilibrij il-

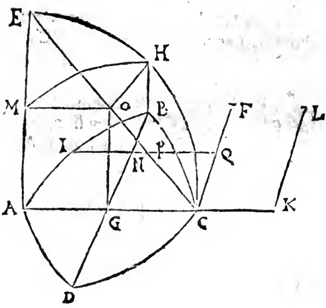
lorum

lorum truncorum in baſibus appenſorum ſecundum ipſas baſes. Sed licuit notare, ex dictis centra æquilibrij aſſignata fuiſſe ſolummodo truncorum ſiniſtrorum, numquam verò dextrorum. Ratio vero eſt, quia licet licuiſſet reperire aliqua talia centra etiam truncorum dextrorum ex varijs propoſit. miſcellanei hyperbolici, in quibus aſſignantur centra grauitatis ſolidorum rotundorum ex hyperbola correſpondentium illis truncis dexteris; attamen hæc non fuerunt adinuenta niſi ex ſuppoſitione quadraturæ hyperbolæ, quæ cum non habeatur, noluimus in præſenti diſcurrere niſi de rebus purè geometricis, geometricèque oſtenſis. Quod ſi aliquis optet aſſignare etiam centra æquilibrij illorum truncorum dextrorum, id ei facile erit, ſi noſtris operibus aliquod impenderit ſtudium.

PROPOSITIO XXV.

Si ſuper qualibet figura circa diametrum, ſit cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte, vel per parallelam diametro ductam ab extremitate baſis, vel extra baſim. Centrum æquilibrij trunci ſiniſtri huius cylindrici appenſi ſecundum lineam in extremitate baſeos, vel extra baſim, per quam tranſit planum diagonale, quæ ſit æqualis diametro figuræ ipſam ſecabit, vt ſecatur diameter figuræ à centro grauitatis figuræ.

Eſto



ESto quælibet figura ABC, circa diametrum BG, & tam ab extremitate baſis AC, ducatur CF, æqualis, & parallela diametro BG, quam extra baſim, ſit ducta KL, itidem æqualis, & parallela BG: ſuper ABC, intelligamus cylindricum rectum ſectum tam plano diagonaliter tranſeunte per CF, & per punctum in latere E, & huius cylindrici ſit truncus ſiniſter CABE, quam plano diagonaliter tranſeunte per Lk, & per punctum idem E, in latere. Dico amborum horum truncorum ſiniſtrorum appenſorum ſecundum FC, Lk,

centra æquilibrij ſic ſecare ipſas FC, Lk, vt ſecatur BG, à centro grauitatis figuræ ABC.

Patet, quia ex ſchol. 2. propoſit. prim. centra æquilibrij horum truncorum, ſecant ipſas FC, Lk, vt ſecantur à centris grauitatis annulorum genitorum ex figura ABC, reuoluta tam circa FC, quam circa Lk. Centra grauitatis horum annulorum ſecant FC, Lk, ex ſchol propoſit. 29. miſcel. vt ſecatur BG, à centro grauitatis figuræ ABC. Ergo &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Omnium ergo illorum truncorum habebimus centra æquilibrij in FC, LK, quorum figurarum, ſuper quibus exiſtunt, habemus in diametris centra grauitatis. Hæ ſunt infinitæ, infinitiſque modis diuerſificatæ. Videat lector ſcholium citatum, ex eo enim agnoſcet amplitudinem præſentis propoſitionis.

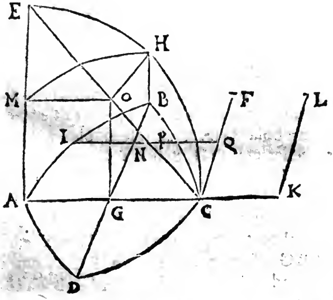
Sed præſens propoſitio potuiſſet etiam alio modo oſtendi, nempe, ex eo quod centrum æquilibrij totius cylindrici exiſtentis ſuper figura, ac ſecundum ipſam appenſi, ſit idem cum centro grauitatis figuræ. Et vice verſa, ex eo quod centrum æquilibrij trunci ſiniſtri appenſi ſecundum FC, ſecet ipſam, vt ſecatur BG, à centro grauitatis figuræ ABC, nobis liceret faciliter oſtendere, centrum æquilibrij totius cylindrici idem eſſe cum centro grauitatis figuræ,

ſuper

ſuper qua exiſtit. Sed hæc relinquimus lectori conſideranda.

PROPOSITIO XXVI.

Aſſignare lineas in baſibus aliorum truncorum cylindricorum ſuper infinitis parabolis, ac trilineis exiſtentium, variè reſectorum, in quibus ſint ipſorum centra æquilibrij.



VT breuiter procedamus quantum fieri poteſt, ac pariter explicemus ea omnia, quæ nobis videntur ſcitu digna circa præſentem materiam cen-

trorum æquilibrij, & grauitatis truncorum cylindricorum, determinauimus in præſenti propoſitione nonnulla ſimul colligere, vt etiam ſupra in varijs propoſitionibus fecimus, ac aſſignare centra æquilibrij variorum truncorum.

1. Ergo intelligamus in figura anteced. propoſit. A B C, eſſe quamlibet ex infinitis parabolis cuius exponens ſit numerus par, circa diametrum G B, & ſuper ipſa intelligamus C B A E, truncum ſiniſtrum cylindrici recti ſuper parabola exiſtentis, ac ſecti plano tranſeunte per C, & per E, punctum in latere A E. Patet ex propoſit. anteced. hunc truncum, eſſe proportionaliter analogum cum annulo ex parabola A B C, reuoluta circa C F, parallelam B G. Intelligamus per G B, erigi planum G H, ipſi parabolæ perpendiculare. Truncus ergo G H C, erit vnus truncorum, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola G B C, ac reſecti plano tranſeunte per diametrum O H, & per C. Erit ergo hic proportionaliter analogus cum annulo orto, ex reuolutione G B C, ſemiparabolæ circa F C. Quare reliqua pars trunci, nempe G O H B A E, erit proportionaliter analoga cum annulo lato ex reuolutione A B G, ſemiparabolæ circa F C. Cum ergo, ſupponendo F C, æquari diametro B G, habeamus in numeris, ex propoſit. 10. prim. part. in qua ratione ſecetur F C, à centro grauitatis annuli ex A B G, reuoluta circa F C; habebimus conſequenter in qua ratione ſecetur B G, à centro æquilibrij

trun-

trunci GHEA, ſecundum GB, appenſi. Quod diligenter explicatum fuit in hoc, intelligendum erit in alijs, in quibus adhibebimus alias figuras.

2. Supponamus enim in ſequenti figura, eſſe ſupradictam parabolam ABC, eiuſque diametrum eſſe BD, annulum ex ipſa genitum eſſe ABCHG, qui ſit ſectus plano LQ, AG, parallelo: intelligamus ſuper ABD, GHEA, ſegmentum trunci anteced. ſchematis, quod ſegmentum ſit rurſum ſectum plano erecto parabolæ, ac per LI, tranſeunte. Portionis huius ſegmenti exiſtentis ſuper ALID, habebimus in ID, centrum æquilibrij, ſecundum ID, appenſi. Hoc autem habemus ex propoſit. 11. prim. part. in qua aſſignatur in NC, centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim ex ALID, ſegmento reuoluto circa NC.

3. Annulum prædictum ABCHG, ſecemus figura ZBX, æquidiſtanter FC, & ad parabolam genitricem erecta. Super ſemifigura ZBD, intelligamus cylindricum rectum, ſectum diagonaliter plano tranſeunte per DB, & per punctum in latere erecto à puncto Z. Etiam trunci ſiniſtri huius cylindrici habebimus in BD, centrum æquilibrij, ſi hunc appendamus ſecundum BD. Hoc autem habebimus ex ſchol. citat. propoſit. 10. in qua aſſignatur centrum grauitatis ſolidi ZBX. Sicuti ex ſchol. citat. propoſit. 11. habebimus centrum grauitatis ſegmenti ad baſim talis trunci, ſi ipſe ſecetur modo ſæpeſæpius explicato.

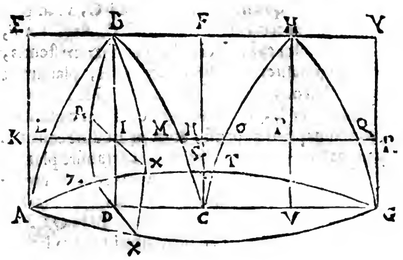
4. Sup-

4. Supponamus A B C, eſſe quodlibet ex infinitis duplicatis trilineis parabolicis circa axim B D, ſuper quod intelligamus cylindricum ſectum, & vt explicatum fuit ſupra in numero primo in parabola. In B D, datur centrum æquilibrij ſegmenti trunci exſtentis ſuper trilineo A B D, ac appenſi ſecundum B D. Hoc quidem datur ex propoſit. 20. pri. part. in qua aſſignatur in F C, centrum grauitatis annuli ex trilineo A B D, reuoluto circa F C. Sicuti ex propoſit. 21. habebimus in I D, centrum æquilibrij portionis talis fruſti exiſtentis ſuper A L I D, ſectis omnibus, vt explicatum fuit ſupra in numero ſecundo.

5. Annulus A B C H G, ſecetur figura Z B X, vt explicatum fuit in numero 3. & ſint reliqua, vt ibidem. Centrum æquilibrij in B D, trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper Z B D, ſecti vt in numero tertio dictum eſt, habebimus ex ſchol. citat. propoſit. 20. Sicuti ex ſchol. citat. propoſit. 21. habebimus in I D, centrum æquilibrij portionis talis trunci exiſtentis ſuper portionem ad baſim figuræ prædictæ.

6. Supponamus A B C, eſſe quidem quodlibet ex infinitis trilineis, ſed adeo vt B D, ſit baſis; & ſint reliqua iuxta ſuperius dicta. Centrum æquilibrij in B D, ſegmenti trunci exiſtentis ſuper trilineo A B D, habebimus ex propoſit. 24. prim. part. Ex propoſit. 25. habebimus in I D, centrum æquilibrij portionis ſegmenti prædicti trunci exiſtentis

ſuper



ſuper **ALID**, **ſecti conſueto modo. Ex ſchol.** propoſit. 24. habebimus in BD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemifigura ZBD. Sicuti ex ſchol. propoſit. 25. habebimus in eadem BD, centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim prædicti trunci. Intelligendum tamen eſt, hæc omnia ſecari ſuperiorum ad inſtar.

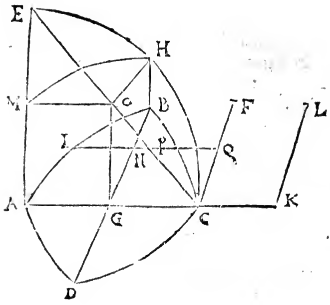
PROPOSITIO XXVII.

Segmenti trunci vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quacunque parabola cuius exponens ſit numerus par, poſſumus in baſi aſſignare centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

Eſto

ESto ergo quælibet parabola ABC, vt in propoſit. antec. cuius diameter BG, ſit CBAE, truncus ſiniſter cylindrici recti ſuper ipſa exiſtentis, ſecti diagonaliter, &c. ſit pariter GH, planum vt ſupra. Dico, quod ſegmenti trunci GHEA, poſſumus in ABG, baſi aſſignare centrum æquilibrij ſecundum ipſam appenſi, & in altitudine centrum grauitatis. Per HO, intelligamus tranſire planum HMO, parallelum ABG. Segmentum prædictum diuiditur in cylindricum, cuius oppoſitæ baſes ABG, MHO, & in truncum MHOE. In ABG, habemus centrum æquilibrij talis cylindrici, ex propoſit. 5. lib. 3. quod eſt idem cum centro grauitatis ſemiparabolæ ABG. Ex propoſit. 12. huius habemus in MHO, ſeù in ABG, centrum æquilibrij trunci OMHF, appenſi ſecundum MHO, ſeù ABG, (EMHO, etenim aliud non eſt, niſi truncus ſiniſter cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemiparabola MHO, reſecti plano tranſeunte per HO, diametrum, & E, punctum in latere.) Si ergo coniungamus ſimul hæc duo centra, & linea ipſa iungens ſecetur in ratione reciproca cylindrici AH, ad truncum MHOE, inuentum punctum, erit centrum æquilibrij totius ABGOHE. Sed rationem cylindrici, ad illum truncum habemus ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. Nam cylindricus AH, ad truncum MHOE, habet eandem rationem, quam habent duo ſolida ſimul ex reuolutione ſemiparabolæ ABG, tam circa BG, quam circa ductam per

A, ipſi

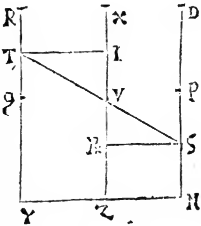


A, ipſi BG, parallelam, ad ſolidum ex ABG, circa BG, nempe ad conoides. Poſſumus ergo habere in ABG, centrum æquilibrij prædicti ſegmenti.

Sed non modo poſſumus habere centrum prædictum æquilibrij, verùm etiam in altitudine centrum grauitatis. Quod quidem probabitur eodem modo, repertis prius centris grauitatis cylindrici, & trunci, poſtea argumentando, vt ſupra factum fuit. Verum, quoniam etiam in numeris poteſt aſſignari ratio, in qua ſecetur altitudo à centro grauitatis, exemplificabimus hoc in trunco ſuper parabola quadratica

exiſtente. Ex hoc enim exemplo magis, magiſque percipiemus modum vniuerſaliter illud idem oſtendendi.

Sed facilitatis gratia, intelligamus ſeorſim in ſchemate ſequenti, N, eſſe centrum æquilibrij cylindrici AH; NP, eſſe eius altitudinem æqualem AM; Q, eſſe centrum æquilibrij trunci MOHE, appenſi ſecundum MHO; Y, vero eiuſdem centrum æquilibrij appenſi ſecundum ABG; RQ, eſſe eius altitudinem; RQY, eius duplam æqualem AE; T, eſſe centrum eius grauitatis; & S, eſſe medium punctum PN, ac proinde centrum grauitatis cylindrici AH. Si iungamus TS, erit in ipſa centrum grauitatis totius ABGOHE. Sit hoc V, & ſit XZ, eius altitudo, & æqualis EA, lateri cylindrici, cui etiam ſunt æquales RY, DN; & ducantur TI, S℞, parallelæ YN. RT, eſt ad TQ, ex ſchol. propoſit. 9. in calce, vt 11. ad 4. ſeu vt 22. ad 8. Qualium ergo RQ, eſt 30, & RY, eius dupla, ſeu XZ, ei æqualis 60. RT, ſeu XI, erit 22. Sed cum talium NS, ſeu Z℞, ſit 15. quia quarta pars DN, ſeu XZ. Ergo talium reliqua



I℞,

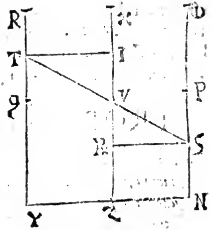
I℞, erit 23. Et qualium I℞, eſt 11, talium XZ; erit 28. $\frac{16}{23}$. & XI, 10. cum $\frac{12}{23}$. Cum vero ex corol. 3. propoſit. 4. lib. 3. ſint ſolida ex ſemiparabola ABG, reuoluta tam circa BG, quam circa parallelam BG, ductam per A, ad conoides ex ABG, circa BG, vt 8. ad 3. Et cum ſit vt illa duo ſolida ad conoides ſolum, ſic cylindricus AH, ad truncum MHOE; nempe ſic TV, ad VS; nempe ſic IV, ad V℞. Erit IV, ad V℞, vt 8. ad 3. Qualium ergo I℞, eſt 11, talium IV, erit 8. Sed talium erat XI, 10. $\frac{12}{23}$. & XZ, 28. $\frac{16}{23}$. Ergo XV, erit 18. $\frac{12}{23}$, & reliqua VZ, 10. cum $\frac{4}{23}$. Erit ergo XV, ad VZ, vt 18. $\frac{12}{23}$. ad 10. cum $\frac{4}{23}$; nempe vt 71. ad 39.

PROPOSITIO XXVIII.

Segmenti trunci, vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quacumque figura conſtante ex duabus ſemiparabolis, quarum baſes ſint communis diameter. Poſſumus in baſi aſsignare centrum æquilibrij; & in altitudine grauitatis.

IN ſchem. anteced propoſ. ABC, ſit figura conſtans ex duabus ſemiparabolis ſic diſpoſitis vt BG, baſes ipſarum, ſint communis diameter, & ſint omnia vt in propoſit. anteced. Dico, quod ſegmenti trunci ABGHE, poſſumus aſſignare in ABG, centrum æquilibrij illius ſegmenti, & in altitudine centrum grauitatis. Nam cylindrici AH,

habemus in A B G, centrum æquilibrij ex propoſit. 5. lib. 3. nempe ſemiparabolæ centrum grauitatis. Ex propoſit. 10. huius, habemus in M H O, ſeu A B G, centrum æquilibrij trunci M H O E. Rationem cylindrici A H, ad truncum M H O E, habemus ex coroll. prim. propoſit. 4. lib. 3. Ergo ad modum propoſit. anteced. eliciemus centrum æquilibrij in A B G.



Pariter eliciemus in altitudine centrum grauitatis, & in numeris in trunco ſuper parabola quadratica. In qua ſint, vt prius, N P, altitudo cylindrici; R Q, altitudo trunci M H O E, & reliqua vt ſupra in propoſit. anteced. R T, eſt ad T Q, vt 5. ad 2. ſeù vt 10. ad 4. ex ſchol. propoſit. 3. Qualium ergo R Q, eſt 14. & R Y, ſeù X Z, 28. talium R T, ſeù X I, erit 10. & N S, ſeù Z ℞, quarta pars X Z, erit 7. & reliqua I ℞, 11. Et qualium I ℞, eſt 7. talium X Z, erit 17. cum $\frac{9}{11}$. & X I, 6. cum $\frac{4}{11}$. Sed ex coroll. pri. propoſit. 4. lib. 3. ſunt duo ſolida ex A B G, reuoluta tam circa baſim B G, quam circa per A, ductam parallelam B G, ad ſolidum ex A B G, circa B G; nempe ad ſemifuſum, vt 5. ad 2. & vt illa

duo

duo ſolida, ad illud ſolidum, ſic cylindricus A H, ad truncum M H O E; nempe ſic T V, ad V S; nempe I V, ad V℞. Ergo I V, erit ad V℞, vt 5. ad 2. Qualium ergo I℞, eſt 7. talium I V, erit 5. Sed talium tota X Z, 17. cum $\frac{9}{11}$ & X I, 6. cum $\frac{4}{11}$. Ergo talium erit X V, 11, cum $\frac{4}{11}$; & reliqua V Z, 6. cum $\frac{5}{11}$. Erit ergo X V, ad V Z, vt 11, cum $\frac{4}{11}$, ad 6, cum $\frac{5}{11}$; nempe vt 125. ad 71.

PROPOSITIO XXIX.

Segmenti trunci in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quacumque duplicato trilineo circa diametrum, poſſumus in baſi aſsignare centrum æquilibrij, & in diametro grauitatis.

Sed ſupponamus A B C, eſſe quodlibet duplicatum trilineum circa diametrum B G, &c. Dico trunci A B G O H E, nos poſſe habere in A B G, centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

De centro æquilibrij, patet. Quia centrum æquilibrij cylindrici A H, habemus ex propoſit. 8. lib. 3. in qua aſſignatur centrum grauitatis trilinei A B G. Centrum æquilibrij trunci M H O E, in M H O, ſeù in A B G, habemus ex propoſit. 16. huius. Rationem cylindrici A H, ad truncum M H O E, habemus ex ſchol. citat. propoſit. 8. lib. 3. in fine. Quare patet propoſitum.

De

De centro vero grauitatis in altitudine, exemplificabimus in trilineo parabolico quadratico. In quo, ſupponentes præparationem adhibitam in propoſit. anteced. ex ſchol. propoſit. 8. huius, RQ, altitudo trunci ſiniſtri MHOE, ſic ſecatur in T, centro grauitatis trunci prædicti, vt RT, ſit ad TQ, vt 16. ad 5. ſeu vt 32. ad 10. Qualium ergo RQ, eſt 42. & eius dupla RY, ſeù XZ, eſt 84. talium XI, eſt 32. & Z℞, quia ZX, quarta pars, 21. Ergo reliqua I℞, erit talium 31. Et qualium I℞, erit 13. talium tota XZ, erit 35. $\frac{7}{31}$. & XI, 13, $\frac{13}{31}$. Verum quoniam duo ſolida ex trilineo ABG, reuoluto tam circa diametrum BG, quam circa ductam per A, ipſi BG, parallelam, eſt ad conicum circa BG, vt 10. ad 3. ex citat. ſchol. propoſit. 8. lib. 3. & vt illa duo ſolida, ad conicum, ſic cylindricus AH, ad truncum MHOE; & vt cylindricus, ad truncum, ſic TV, ad VS; nempe ſic IV, ad V℞. Ergo IV, ad V℞, erit vt 10. ad 3. Ergo qualium I℞, eſt 13. talium IV, erit 10. Sed talium XI, erat 13. $\frac{13}{31}$. Ergo talium erit XV, 23. $\frac{13}{31}$. Sed talium erat tota XZ, 35. $\frac{7}{31}$. Ergo reliqua VZ, erit 11. $\frac{25}{31}$. XZ, ergo ſic diuidetur ab V, centro grauitatis prædicti ſegmenti trunci, vt XV, ſit ad VZ, vt 23. $\frac{13}{31}$. ad 11. $\frac{25}{31}$. nempe vt 121. ad 61.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

Segmenti vt in anteced. propoſit. ſuper duplicato trilineo circa baſim, cuius exponens ſit numerus par. Poſſumus eadem centra aſsignare.

Sed ABC, ſit duplicatum quodcunque trilineum circa communem baſim BG. Dico &c. Centrum æquilibrij in baſi ABG, reperietur. Quia ex citat. propoſit. 8. lib. 3. habemus in trilineo ABG, centrum æquilibrij cylindrici AH; nempe grauitatis trilinei. Centrum æquilibrij in ABG, vel in MHO, trunci ſiniſtri MHOE, habemus ex propoſit. 14. huius. Ratio cylindrici AH, ad truncum MHOE, habetur ex coroll. 2. propoſit. 4. lib. 3. Quare patet propoſitum quoad primum.

Quoad ſecundum patebit ex ſuperioribus, & ex exemplo ſtatim adducendo in numeris in trilineo parabolico quadratico. Sint in ſecundo ſchemate eadem, quæ ſupra. Ergo RQ, altitudo trunci MHOE, ſic ſecatur à T, centro grauitatis, vt RT, ſit quadrupla TQ, ex ſchol. propoſit. 5. Qualium ergo RY, ſeù XZ, dupla RQ, eſt 20. talium RT, ſeù XI, erit 8. Sed talium Z℞, eſt 5. Ergo reliqua I℞, erit 7. Et qualium I℞, erit 5. talium XZ, erit 14. $\frac{2}{7}$, & XI, 5. $\frac{5}{7}$. Cum vero deducatur ex coroll. citat. eſſe annulum ex trilineo ABG, circa parallelam ipſi BG, ductam per

A, vna

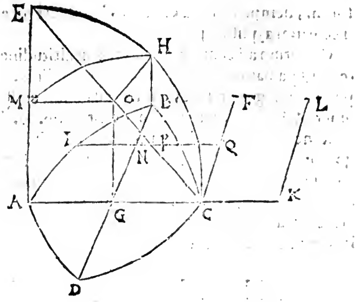
A, vna cum conico ex ABG, circa BG, ad ipſum conicum vt 4. ad 1. Ergo qualium I℞, erit 5. talium IV, erit 4. Ergo tota ZV, erit 9. $\frac{5}{7}$. Ergo reliqua VZ, erit talium 4. $\frac{4}{7}$. Erit ergo XV, ad VZ, vt 9. $\frac{5}{7}$. ad 4. $\frac{4}{7}$. nempe vt 17. ad 8.

PROPOSITIO XXXI.

Segmenti ad baſim ſegmenti, vt in antecedentibus propoſitionibus, exiſtentis ſuper quacunque parabola, cuius exponens ſit numerus par. Poſſumus centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſsignare.

ESto parabola ABC, circa diametrum BG, & cuius exponens ſit numerus par: ſuper ſemiparabola ABG, ſit ſegmentum ABGOHE, trunci, vt in propoſit. anteced. ſit IN, parallela AG, per quam intelligamus tranſire planum parallelum AEC; hoc ſecabit tam cylindricum AH, quam truncum MHOE, in duo ſegmenta, quorum illa, quæ terminantur ad EAGO, trapezium ſimul ſumpta, vocamus ſegmentum ad baſim ſegmenti ABGOHE. Dico, quod huiuſmodi ſegmenti ad baſim, poſſumus in AING, centrum æquilibrij aſſignare, & in altitudine centrum grauitatis.

Primum patebit ad modum ſuperiorum. Nam ſegmenti ad baſim cylindrici AH, exiſtentis ſuper AING, habemus in AING, centrum æquilibrij,



brij, quod idem eſt cum centro grauitatis ipſius AING, quod habetur ex ſchol. propoſit. 11. lib. 3. Segmenti ad baſim trunci exiſtentis ſuper ſegmento ſemiparabolæ MHO, ſimili, & æquali ipſi AING, habemus in MHO, ſeù in AING, centrum æquilibrij, ex propoſit. 19. huius. Ratio cylindrici exiſtentis ſuper AING, ad ſegmentum trunci MHOE, ad baſim, habetur ex ſchol. 2. citat. propoſit. 11. lib. 3. in quo aſſignatur ratio ſolidi ex ſegmento AING, circa parallelam NG, ductam per A, ad ſolidum ex eodem circa NG: nam cylindri-

Digitized by Google

cus ad baſim, eſt ad ſegmentum ad baſim trunci MHOE, vt duo dicta ſolida rotunda, ad vnum ipſorum, nempe ad illud circa NG. Quare patet dari centrum æquilibrij.

Quantum ad centrum grauitatis in altitudine, patet. Quia datur medium punctum altitudinis, nempe centrum grauitatis cylindrici ad baſim, exiſtentis ſuper AING. Datur etiam ex cit. prop. 19. in altitudine ſegmenti ad baſim trunci MHOE. Si ergo coniungantur hæc centra, & linea coniungens ſecetur in ratione reciproca ſolidorum, quæ hauritur ex citat. propoſit. 11. lib. 3. punctum inuentum erit centrum grauitatis ſecans altitudinem totius illius ſegmenti trunci ad baſim.

PROPOSITIO XXXII.

Segmenti ad baſim ſegmenti, vt in antecedentibus propoſitionibus, exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo circa diametrum. Poſſumus centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſsignare.

SEd ſupponamus ABC, eſſe quodcunque duplicatum trilineum circa diametrum BG, & ſegmentum trunci ABGOHE, intelligatur ſectum plano tranſeunte per IN, vt explicatum fuit in antecedenti propoſitione. Dico, quod ſegmenti ad baſim huiuſce ſegmenti poſſumus habere præfata centra.

De centro æquilibrij, patet. Quia cylindrici exiſtentis ſuper A I N G, centrum æquilibrij in A I N G, habemus ex ſcholio propoſit. 13. lib. 3. Segmenti ad baſim trunci M H O E, centrum æquilibrij in baſi habetur ex propoſit. 21. Ratio cylindrici ad baſim, ad ſegmentum prædictum ad baſim, habetur ex ſchol. citat. propoſ. 13. lib. 3. Quare habebitur etiam centrum æquilibrij.

De centro grauitatis etiam patet. Quia cum habeamus centra grauitatis tam cylindrici ad baſim, quam ex propoſit. citat. 21. ſegmenti ad baſim trunci M H O E. Et pariter cum habeamus ex citat. ſchol. rationem prædictorum ſolidorum; patebit etiam centrum grauitatis quæſitum.

PROPOSITIO XXXIII.

Totius trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper quacunque parabola, cuius exponens ſit numerus par, reſecti plano tranſeunte per parallelam ductam diametro per extremum punctum baſis, & punctum in latere erecto ab altero extremo baſis. Poſſumus centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſsignare.

SIt quæcunque parabola A B C, cuius exponens ſit numerus par, & cuius diameter ſit B G, & cylindrici recti ſuper ipſa exiſtentis, ac ſecti plano tranſeunte per C F, B G, parallelam, ac per punctum E, in latere A E, ſit truncus ſiniſter A B C E. Dico,

 quod

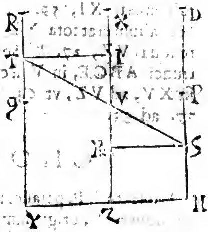
quod huius trunci poſſumus in ABC, aſſignare centrum æquilibrij, & in eius altitudine centrum grauitatis.

Quoad primum. Erecto GH, plano, vt prius, ſegmenti trunci ABGOHE, habemus in ABG, centrum æquilibrij ex propoſit. 27. Trunci GHC, habemus centrum æquilibrij in GBC, ex propoſit. 13. Si ergo ſimul iungamus hæc centra, & linea nectens ſecetur in ratione reciproca illorum ſegmentorum trunci, inuentum punctum erit centrum æquilibrij quæſitum. Quod vero habeamus rationem ſegmenti ABGOHE, ad truncum GHC, patet ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. in quo aſſignatur ratio, quam habet conoides ex GBC, circa BG, ad annulum ex GBC, circa FC: AGBOHE, etenim, eſt ad GHC, vt duo conoidea, ſimul cum annulo, ad annulum, vt patet ex ſuperioribus à nobis dictis. Quare patet primum.

Secundum vero ſic patebit. Nam ex propoſit. 27. habemus centrum grauitatis in altitudine ſegmenti trunci ABGOHE. Ex propoſit. 9. habemus centrum grauitatis in altitudine trunci GHC. Si ergo nectentes hæc duo centra, linea vniens ſecetur in ratione reciproca ſolidorum. Erit inuentum centrum grauitatis quæſitum.

Sed quoniam numero poteſt renunciari, in qua ratione ſecetur dicta altitudo, ideo non eſt tam citò diſcedendum à præſenti materia. Sed ad euitandam confuſionem, ſupponamus in ſequenti figura, RY, eſſe

eſſe altitudinem trunci ABGOHE, & T, eius centrum grauitatis; PN, ſit altitudo trunci GHC, cuius dupla DN, & eius centrum S. Secetur TS, nectens centra in V, vt ſit TV, ad VS, reciprocè vt truncus GHC, ad ſegmentum ABGOHE, adeo vt V, in



altitudine XZ, ſit centrum grauitatis totius trunci ABCE. Eſt in præſenti in parabola quadratica exemplificandum, quæ nam in numeris ſit ratio, quam habet XV, ad VZ. Sint TI, S℞, parallelæ YN. Ex propoſit. 27. RT, eſt ſupponenda eſſe ad TY, vt 71. ad 39. Et ex ſchol. propoſit. 9. eſt ſupponendum, eſſe PS, ad SN, vt 16. ad 9. & DS, ad SN, ſeù X℞, ad ℞Z, vt 41. ad 9. nempe vt 90. $\frac{1}{5}$. ad 19. $\frac{4}{5}$. Qualium ergo tota XZ, eſt 110. talium XI, eſt 71. X℞. 90. $\frac{1}{5}$. Ergo talium I℞, erit 19. $\frac{1}{5}$. Et qualium I℞, erit 16. talium tota XZ, erit 91. $\frac{64}{96}$. & XI, 59. $\frac{16}{96}$. Cum ergo ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. ſit truncus GHC, ad ſegmentum ABGOHE, vt 5. ad 11. Et cum vt truncus ad ſegmentum, ſic TV, ad VS; nempe IV, ad V℞: erit IV, ad V℞, vt 5. ad

11.

11. Ergo IV, erit 5. qualium IX, eſt 16. Sed talium erat XI, 59. $\frac{16}{98}$. Ergo XV, erit 64. $\frac{16}{98}$. Sed talium erat tota XZ, 91. $\frac{64}{98}$. Ergo erit talium reliqua VZ, 27. $\frac{48}{98}$. Secatur ergo XZ, altitudo trunci ABCE, in V, à centro grauitatis trunci, vt ſit XV, ad VZ, vt 64. $\frac{16}{98}$. ad 27. $\frac{48}{98}$. nempe vt 77. ad 33.

SCHOLIVM.

Si ducatur IP, parallela AC, & mente concipiamus ſuper IP, erigi planum ſecans truncum in duas portiones: ſegmenti eiuſdem ad baſim, nempe exiſtentis ſuper AIPC, poſſumus habere in AIPC, centrum æquilibrij, & in altitudine grauitatis. Centrum æquilibrij habetur, quia ex propoſit. 31. habetur centrum æquilibrij in AING, ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper AING. Ex propoſit. 20. habetur centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper GNPC. Si ergo vniamus ſimul hæc centra, & diuidamus lineam nectentem, in ratione reciproca, quæ tamen poteſt hauriri ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. habebimus pariter in AIPC, centrum æquilibrij quæſitum.

Centrum vero grauitatis habebitur ex iiſdem propoſitionibus citatis.

PRO-

PROPOSITIO XXXIV.

Trunci, vt in antecedenti propoſitione, exiſtentis ſuper duplicata quacunque ſemiparabola circa baſim. Poſſumus aſſignare centra prædicta.

SIt. A B C, figura conſtans ex duabus ſemiparabolis, ſic diſpoſitis vt baſes B G, ſint communis diameter, & in reliquis, ſint eadem, quæ ſupra. Dico, quod trunci A B C E, poſſumus in A B C, aſſignare centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

De centro æquilibrij, patet. Quia ſegmenti trunci A B G O H E, habemus in A B G, centrum æquilibrij ex propoſit. 28. Trunci G H C, habemus in G B C, centrum æquilibrij ex ſchol. propoſit. 11. Rationem ſegmenti A B G O H E, ad truncum G H C, habemus ex coroll. prim. propoſit. 4. lib. 3. Quare poſſumus habere centrum æquilibrij in baſi.

De centro grauitatis in altitudine, patet. Nam centrum grauitatis ſegmenti A B G O H E, habemus ex citat. propoſit. 28. Et pariter ex propoſit. 4. habemus centrum grauitatis trunci G H C.

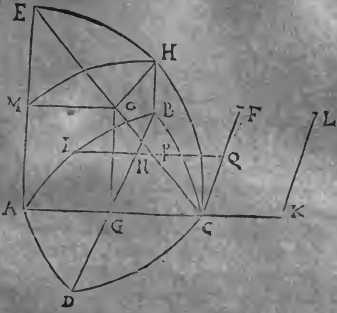
In numeris autem ſic exprimetur in parabola quadratica, ſupponentes, vt prius, T, eſſe centrum grauitatis ſegmenti trunci A B G O H E; & S, trunci G H C, & reliqua, vt in anteced. propoſit. Ex propoſit. ergo 28. eſt R T, ad T Y, ſeù X I, ad I Z, vt

125. ad 71. Et ex propoſit. 4. erit PS, ad SN, vt 9. ad 5. Et DS, erit ad SN, ſeù X℞, ad ℞Z, vt 23. ad 5. nempe vt 164. $\frac{16}{28}$. ad 31. $\frac{12}{28}$. Qualium ergo tota XZ, eſt 196. talium XI, erit 125. & ℞Z, 31. $\frac{12}{28}$. Ergo reliqua I℞, erit talium 39. $\frac{16}{28}$. Et qualium I℞, erit 10. talium XZ, erit 49. $\frac{588}{1108}$. & XI, erit 31. $\frac{652}{1108}$. Cum verò ex coroll. prim. propoſit. 4. lib. 3. ſit truncus GHC, ad truncum ABGOHE, vt 3. ad 7. & cum ſic ſit reciprocè TV, ad VS, ſeù IV, ad V℞. Qualium I℞, erit 10. talium IV, erit 3. Sed talium XI, erat 31. $\frac{652}{1108}$. Ergo talium XV, erit 34. $\frac{652}{1108}$. Sed talium erat tota XZ, 49. $\frac{588}{1108}$. Ergo reliqua VZ, erit talium 14. $\frac{1044}{1108}$. Erit ergo XV, ad VZ, in prædicta ratione, nempe vt 13720. ad 4139.

PROPOSITIO XXXV.

Trunci, vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo circa diametrum. Poſſumus prædicta centra aſsignare.

SEd ABC, ſit figura conſtans ex duobus trilineis circa diametrum BG. Dico &c. De centro æquilibrij patet; quia ſegmenti ABGHE, habetur centrum æquilibrij ex propoſit. 29. Ex propoſit. 17. habetur in GBC, centrum æquilibrij trunci GHC. Ratio GHC, ad ABGHE, habetur ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. Diſcurrendo ergo, vt ſæpe factum



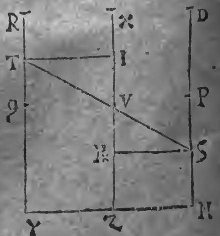
factum fuit, patebit haberi centrum æquilibrij in baſi totius trunci.

Centrum grauitatis in altitudine habebitur eodem modo; ſed exemplificantes in trilineo parabolico quadratico in numeris, totam rem ante oculos ponemus. Sint in altera figura T, & S, centra vt prius, & ſint reliqua omnia. Ex propoſit. 29. R T, eſt ad T Y, ſeù X I, ad I Z, vt 121. ad 61. Et ex ſchol. propoſit. 8. eſt P S, ad S N, vt 30. ad 19. Et D S, eſt ad S N, vt 79. ad 19. nempe vt 146. $\frac{70}{98}$ ad 35. $\frac{28}{98}$ Qualium ergo tota X Z, eſt 182.

talium X I, eſt 121. & DS, ſeù X ℞, eſt 146. $\frac{70}{91}$. Ergo talium erit I ℞, 25. $\frac{70}{91}$. Et qualium I ℞, erit 20. talium tota X Z, erit 141. $\frac{400}{5320}$. Et X I, erit 94. $\frac{280}{5320}$. Cum vero ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. deducatur eſſe G H C, truncum, ad A B G H E; nempe T V, ad V S; nempe I V, ad V ℞, vt 7. ad 13. Erit I V, 7. & V ℞, 13. qualium I ℞, eſt 20. Ergo talium erit X V, 101. $\frac{280}{5320}$. & reliqua V Z, talium erit 40. $\frac{120}{5320}$. Diuiditur ergo X Z, ab V, centro grauitatis totius trunci A B C E, in prædicta ratione; nempe vt 6370. ad 2523.

Si etiam in præſenti ducatur I P, parallela A C, & ſuper ipſam intelligabus planum erectum A B C, ſecans fruſtum in duo ſegmenta; habebimus ſegmenti ad baſim, nempe exiſtentis ſuper A I P C, centrum æquilibrij in A I P C, & grauitatis in altitudine.

Primum habebimus ex propoſit. 32. in qua aſſignatur centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper A I N G. Ex propoſit. 22. in qua habetur in G N P C, centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper G N P C. Et ex ſchol. propoſit. 13. ex quo



hau-

hauritur ratio ſegmenti ad ſegmentum.

Secundum deducitur ex ijſdem propoſitionibus.

PROPOSITIO XXXVI.

Trunci, vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo circa baſim, cuius exponens ſit numerus par. Poſſumus prædicta centra aſsignare.

ABC, ſit figura conſtans ex duobus duplicatis trilineis ſic diſpoſitis, vt baſes BG, ſint axis. Dico poſſe aſſignari centra prædicta. Centrum æquilibrij habetur ex propoſit. 30. in qua aſſignatur in ABG, centrum æquilibrij trunci ABGHE. Ex propoſit. 15. in qua aſſignatur in GBC, centrum æquilibrij trunci GHC. Et ex coroll. 2. lib. 3. ex quo deducitur facillime ratio trunci ad truncum.

Centrum grauitatis in altitudine etiam poteſt haberi, & lector ipſum vniuerſaliter deducet ex modo particulari ſtatim adhibendo in numeris in trilineo parabolico quadratico. Supponentes ergo, quæ ſupra ſuppoſita ſunt in ſecundo ſchemate, T, centrum grauitatis ABGHE, ſic ex propoſit. 30. diuidit RY, vt ſit RT, ad TY, ſeu XI, ad IZ, vt 17. ad 8. S, verò centrum grauitatis trunci GHC, ſic diuidit PN, vt ſit PS, ad SN, vt 6. ad 4. ex propoſit. 6. Ergo DS, erit ad SN, vt 16.

ad 4. nempe vt 20. ad 5. Qualium ergo XZ, eſt 25. talium XI, erit 17. & X℞, 20. Ergo talium I℞, erit 3. Et qualium I℞, erit 10. talium XZ, erit 83. $\frac{1}{3}$. & XI, 56. $\frac{2}{3}$. Cum vero ex citat. ſchol. 2. propoſit. 4. lib. 3. ſit GHC, ad ABGHE; nempe TV, ad VS; nempe IV, ad V℞, vt 3. ad 7. Ergo qualium I℞, eſt 10. talium IV, erit 3. & V℞, 7. Ergo talium XV, erit 59. $\frac{2}{3}$. & reliqua VZ, 23. $\frac{2}{3}$. Eſt ergo XV, ad VZ, vt 59. $\frac{2}{3}$. ad 23. $\frac{2}{3}$. nempe vt 179. ad 71.

Finis Secundæ Partis.

MI-

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS TERTIA.

IN QVA TANGVNTVR QVÆDAM CIRCA centra grauitatis ſuperficierum ceruarum; aſſignanturque centrum grauitatis cuiuſcunque portionis ſuperficiei ſphæricæ.

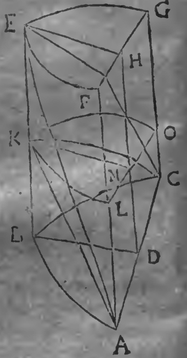
QVOT ſint ea ſymptomata, quæ ex analogia inter ſolida rotunda, & inter truncos cylindricos exiſtentes ſuper figuris genitricibus ipſorum, emanant, licuit lectori videre ex his, quæ paſſim expoſuimus in noſtris operibus, ac præſertim in tota antecedenti parte. Sed nè cogitet amabò in his pedem ſiſtendum. Quamplurima etenim remanent, quorum aliqua tangemus in parte præſenti; ſimulque campum longe, lateque patentem ad innumera noua indaganda aperiemus.

PRO-

PROPOSITIO I.

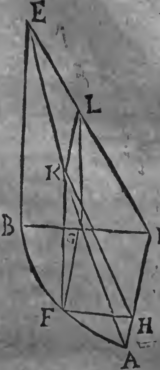
Si ſint eadem, quæ in propoſit. 10. lib. 2. & in propoſit. pri. part. ant. Superficies cylindrica trunci ſiniſtri, erit ad ſuperficiem ſolidi rotundi ex ſua baſe, baſe, vel baſibus exceptis, vt latus cylindrici ad circumferentiam dictam.

DE iſtis materijs eruditiſſime ſcribit Tacquet in lib. 2. cylin. & annul. nos breuius quam fieri poterit, explicabimus dictam doctrinam, vt ex ipſa colligamus ſpicas ab alijs meſſoribus neglectas. Eſto ergo v. g. quælibet figura ABC, circa axim B D, ſuper quam ſit cylindricus rectus cuius oppoſitæ baſes A B C, F E G, qui ſit ſectus plano daigonali A E C. Dico ſuperficiem cylindricam trunci ſiniſtri A B E C, excepta baſi A B C &, plano diagonali A E C (hanc enim intelligimus pro ſuperficie cylindrica) eſſe ad ſuperficiem curuam ſolidi ex A B C, reuoluta circa A C, excepta baſi ſi adeſſet (vtpote



ſi vo-

i volueretur ABD) vt EB, ad circumferentiam circuli cuius ſemidiameter BD. Etiam nunc, ad confuſionem euitandam, oſtendemus hoc in ſequenti figura in dimidio trunco ABDE, in quo accipiatur arbitrariè punctum F, à quo erigatur latus cylindrici Fk, & ducatur FH, parallela BD, & reliqua vt in ſchemate. Et dictis & in prop. 10. lib. 2. & in propoſit. pri. part. antecéd. facile patebit, eſſe EB, ad BD, vt LG, ad GD; nempe vt kF, ad FH. Sed vt BD, ad circumferentiam ex radio BD,



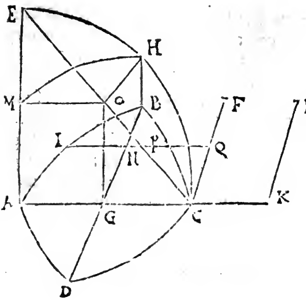
ſic FH, ad circumferentiam ex radio FH. Ergo ex æquali, vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, ſic kF, ad circumferentiam ex radio FH. Sed punctum F, ſumptum fuit arbitrariè. Ergo vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, ſic omnia latera ſuperficiei cylindricæ EBA, parallela EB, ad omnes circumferentias deſcriptas ex reuolutione curuæ BFA, circa AD; nempe ſic ſuperficies cylindrica ad ſuperficiem curuam ſolidi rotundi: tam enim latera ſuper-

perficiei cylindricæ, quam peripheriæ ſuperficiei curuæ ſunt eiuſdem trinſitus, nam procedunt ſecundum lineam BFA. Quare &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet autem hoc non ſolum verificari quoad totas magnitudines, ſed etiam quoad partes proportionales. Non enim ſolum verificatur totam ſuperficiem cylindricam EBA, eſſe ad totam ſuperficiem curuam ex BFA, vt EB, ad prædictam circumferentiam, ſed etiam ſic eſſe kFA, ad ſuperficiem curuam ex FA; & ſic de alijs partibus proportionalibus. Quare poterimus etiam concludere, quod erit vt ſuperficies EBFk, ad ſuperficiem ex BF, ſic ſuperficies kFA, ad ſuperficiem ex FA. Et permutando. Vniuerſaliter ergo poteſt deduci ex doctrinis explicatis in lib. 4. ſuperficiem cylindricam EBA, & ſuperficiem curuam ex BFA, circa DA, eſſe quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Etiam nunc ergo centra grauitatis, & æquilibrij harum ſuperficierum ſecabunt æqualiter AD. Nempe ita ſecabitur AD, à centro grauitatis ſuperficiei curuæ genitæ ex BFA, reuoluta circa AD, ſicuti ſecatur à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ EBA, appenſæ ſecundum AD. Idem intelligatur de cæteris partibus proportionalibus.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Etiam in præſenti, licet propoſitio probata ſit de trunco exiſtente ſuper figura baſim A D, habente, attamen eſt vniuerſaliſſima, & verificatur etiam de figuris baſibus carentibus. Sit enim in ſchem. ſeq. qualibet figura A B C D, circa diametrum B D, & ſuper dimidia ipſius A B C, (etiam enim nunc ſufficit oſtendere in dimidia) intelligamus cylindricum [illegible] ſectum diagonaliter plano tranſeunte vel per F, vel per k L, & per E; ſit ſectum per F C, &

E (quod enim dicetur de hac ſectionè, cuius deinceps indigemus, patebit eodem modo verificari de alia ſectione) vt ſit truncus ſiniſter A B C E; etiam in hoc trunco verificabitur, eſſe ſuperficiem cylindricam præfati trunci, nempe A E B C, ad ſuperficiem genitam ex reuolutione lineæ curuæ A B C, reuolutæ circa F C, vt E A, ad circumferentiam ex radio A C; & præfatas ſuperficies eſſe proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Eodem enim modo patebit, quod ſi à puncto I, intelligamus erigi latus cylindrici incidens curuæ E H C, hoc eſſe ad circumferentiam ex radio I Q, vt E A, ad circumferentiam ex radio A C. Idem probabitur de omnibus alijs. Et non diſſimili modo probaretur ſi cylindricus eſſet ſectus plano tranſeunte per K L, & E. Omnes ergo ſupradictæ ſuperficies ſunt inter ſe proportionaliter analogæ: & conſequenter eodem modo ſecabuntur F C, L k, à centris æquilibrij, & grauitatis ipſarum.

His ergo explicatis, patet quomodo aperiatur via rimandi centra grauitatis, & æquilibrij ſuperficierum curuarum. Nam ſi aderit aliqua via indagandi centrum grauitatis ſuperficiei ſolidi rotundi, ſtatim habebimus centrum æquilibrij ſuperficiei cylindraceæ trunci, explicati, & è contra.

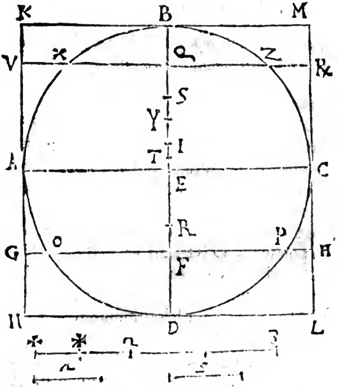
PRO-

PROPOSITIO II.

Cuiuſcumque portionis ſuperficiei ſphæricæ, baſi excepta, centrum grauitatis diuidit axim biſariam.

Esto OBP, portio ſphæræ, cuius axis BF. Dico ſuperficiei ſphæricæ genitæ ex OAB, circa BF, centrum grauitatis eſſe in medio BF. Intelligamus parallelogrammum KL, toti ſphæræ circumſcriptum. Vt deducitur ex Archimede lib. 1. de ſphær. & cylind. propoſit. 40. & 41. & vt paſſim ab alijs probatur, ſuperficies totius ſphæræ ad ſuperficiem portionis OBP, eſt vt DB, ad BF. Sed vt DB, ad BF, ita parallelogrammum kL, ad parallelogrammum kH. Ergo ſuperficies ad ſuperficiem, eſt vt parallelogrammum ad parallelogrammum. Sic probaretur de quibuſcunque alijs portionibus. Ergo ſuperficies ſphærica DABC, & parallelogrammum KL, ſunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales, iuxta doctrinas paſſim à nobis explicatas. Ergo centra grauitatis ipſorum eodem modo ſecabunt partes axis correſpondentes. Sed centrum grauitatis parallelogrammi v.g. kH, diuidit BF, bifariam. Ergo etiam centrum grauitatis portionis ſuperficiei ſphæricæ OBP, diuidet BF, bifariam. Et ſic in alijs. Quod erat oſtendendum.

Digitized by Google



SCHOLIVM.

Ex dictis patet quantum deceptus fuerit Guldinus lib.prim. Centrobarycæ.cap. 10.propoſit.5. dum ait poſſe probari per inſcriptionem, & circumſcriptionem figurarum, centrum grauitatis ſuperficiei ſphæricæ v.g. OBP, eſſe idem cum centro grauitatis portionis OBP, circuli. Videatur locus citatus.

Sed

Sed hæc ſunt extra intentum. Reddeamus ergo ad nos.

Ex doctrinis ſuperius expoſitis habetur, quod ſi ſuper ſemicirculo DAB, intelligatur cylindricus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per DB, & per punctum in latere erecto à puncto A: habetur inquam, centrum æquilibrij, cuiuſcumque ſegmenti ſuperficiei cylindricæ huius, reſectæ latere, vel lateribus, appenſæ ſecundum BD, eſſe in medio axis correſpondentis. V. g. ſi dicta ſuperficies cylindracea, ſecetur latere erecto à puncto O: ſuperficiei cylindraceæ ſuper OAB, exiſtentis centrum æquilibrij, appenſæ ſecundam BF, erit in medio BF. Sic diſcurratur de cæteris partibus.

PROPOSITIO III.

Centrum grauitatis perimetri cuiuſcunque portionis ſphæræ ſic diuidit eius axim, vt pars terminata ad verticem, ſit ad reliquam, vt diameter ſphæræ, cum dupla axi reliquæ portionis, ad diametrum ſphæræ.

ESto, vt prius, ſphæra, & eius portio OBP, ſitque E, centrum grauitatis totius perimetri portionis OBP. Dico eſſe BE, ad EF, vt dupla DF, cum DB, ad DB. Diuidatur BF, bifariam in I. Ergo ex propoſit. anteced. erit I, centrum grauitatis ſuperficiei ſphæricæ portionis. Sed F, eſt centrum grauitatis circuli OFP: cum ergo ſit E, cen-

centrum totius perimetri, erit reciprocè circulus OFP, ad ſuperficiem ſphæricam OBP, vt IE, ad EF. Sed circulus OFP, eſt ad ſuperficiem ſphæricam OBP, vt quadratum OF, nempe rectangulum DFB, ad quadratum rectæ BO (ſi intelligatur ducta) vt deducitur ex Archimede loc. citat. nempe ad rectangulum DBF: & cum ſit vt rectangulum ad rectangulum, ſic (propter commune latus BF) DF, ad DB. Ergo erit vt IE, ad EF, ſic DF, ad DB. Et componendo, erit IF, ad FE, vt DF, cum DB, ad DB. Et antecedentium dupla; erit ergo BF, ad FE, vt dupla DF, cum dupla DB, ad DB. Et diuidendo, erit BE, ad EF, vt dupla DF, cum DB, ad DB. Quod erat oſtendendum.

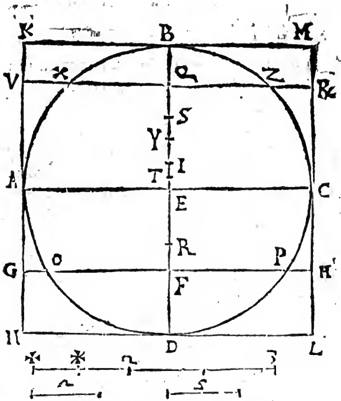
COROLLARIVM.

Ergo centrum grauitatis perimetri hemiſphærij ABC, quod ſit v. g. Y, ſic diuidit BE, vt ſit BY, dupla YE. In tali enim caſu, dupla DE, cum DB, eſt dupla DB.

PROPOSITIO IV.

Centrum grauitatis ſuperficiei cuiuſcunque cylindri diuidit eius diametrum biſariam.

Præ-



PRæſens propoſitio eſt facilliſſima, itaut pudeat ipſam oſtendere, præcipue, quia ab alijs oſtenditur. At vt demonſtremus qualiter methodi à nobis adhibitæ etiam his, & ſimilibus inſeruiant, ipſam oſtendemus, & putamus eius demonſtrationem haud futuram ſine lucro. Eſto ergo cylindrus k L. Dicimus centrum grauitatis eius ſuperficiei cylindricæ eſſe E, medium punctum B D. Patet, quia facile conſtat ſuperficiem cylindricam eſſe propor-

tio-

tionaliter analogam cum parallelogrammo kL. Ergo &c. Quod &c.

Vel ſuper KD, parallelogrammum generans cylindrum concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per DB, & per latus oppoſitum ipſi Nk. Ergo ex traditis initio huius partis, ſuperficies cylindri (intellige ſemper baſibus exceptis) erit proportionaliter analoga cum ſuperficie cylindrici trunci ſiniſtri (quæ in noſtro caſu, quia truncus ſiniſter eſt priſma, erit parallelogrammum.) Ergo DB, ſecabitur eodem modo à centro grauitatis & æquilibrij harum ſuperficierum. Sed centrum æquilibrij illius parallelogrammi appenſi ſecundum DB, biſecat DB. Ergo & centrum ſuperficiei cylindri kL, biſecabit BD.

SCHOLIVM.

Non ſolum autem medium punctum E, erit centrum grauitatis ſuperficiei cylindri kL, ſed etiam totius ipſius perimetri. Iſtæ autem ſunt nugæ; ſed ex iſtis nugis patet, ſuperficiem cylindri kL, & ſuperficiem ſphæræ DABC, eſſe magnitudines proportionaliter analogas, iuxta ſenſum, infinitis propemodum vicibus, explicatum. Quare eandem proportionem habebit tota ſuperficies cylindri kL (baſibus exceptis) ad totam ſuperficiem ſphæræ, quam habet quælibet pars ad quamlibet partem. V.g. quam habet ſuperficies cylindri Kϗ, ad ſuperficiem portionis

tionis X B Z. Si ergo ſuperficies cylindri k L, eſt æqualis ſuperficiei ſphæræ, vt oſtenditur ab Archimede, & ab alijs; etiam quęlibet pars ſuperficiei cylindri, erit ęqualis ſuperficiei portionis ſphęrę, quam includit.

PROPOSITIO V.

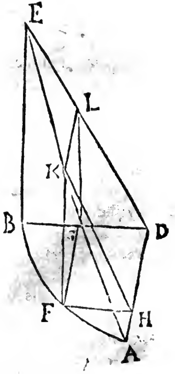
Centrum grauitatis perimetri exceſſus cylindri circumſcripti hemiſphærio ſupra ipſum, ſic diuidit axim eiuſdem, vt pars terminata ad centrum hemiſphærij, ſit reliquę ſeſquialtera.

SIt Q, in ſchem. anteced. centrum grauitatis perimetri exceſſus cylindri k C, ſupra hemiſphærium A B C. Dico E Q, eſſe Q B, ſeſquialteram. Perimeter enim talis exceſſus clauditur ſuperficie cylindrica k A C M, ſuperficie ſphærica A B C, & circulo k B M. Sit S, medium punctum B E. Ergo erit ex propoſit. 2. & 4. centrum grauitatis tam ſuperficiei cylindri K A C M, quam ſphæricæ A B C. Cum vero B, ſit etiam centrum grauitatis circuli k B M, erit reciprocè S Q, ad Q B, vt circulus k B M, ad vtraſque ſuperficies ſimul. Sed cum ſuperficies cylindrica ſit æqualis ſuperficiei ſphæricę A B C; & cum hæc ex famoſis doctrinis Archimedis, & aliorum, ſit dupla circuli k B M; erunt ambæ quadruplæ circuli k B M. Ergo S Q, erit ad Q B, vt 1. ad 4. Ergo E Q, erit ad Q B, vt 6. ad

4; nempe in ratione ſeſquialtera. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis ſuperficiei conicæ, baſi excepta, ſic diuidit eius diametrum, vt pars ad verticem terminata, ſit reliquæ dupla.



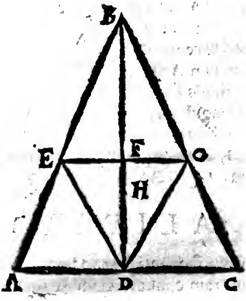
SVpponamus BAD, licet ſchema non exprimat, eſſet triangulum, ex cuius reuolutione circa A D, intelligamus genitum eſſe conum. Dico centrum grauitatis ſuperficiei conicæ, baſi excepta, ſic diuidere AD, vt pars terminata ad A, ſit reliquæ dupla. Super triangulum ABD, concipiamus cylindricum, qui ſectus plano diagonaliter tranſeunte per AD, & per E, punctum in latere exhibeat truncum ſiniſtrum ABDE. Huius ſuperficies cylindrica EBA, erit trian-

triangulum. Ex explicatis in propoſit. prim. hoc triangulum E B A, & ſuperficies conica ex B F A, circa A D, ſunt magnitudines proportionaliter analogæ, &c. & centrum æquilibrij trianguli E B A, appenſi ſecundum A D, ita diuidit A D, vt ſecatur à centro grauitatis ſuperficiei conicæ. Sed centrum æquilibrij trianguli ita diuidit A D, vt pars terminata ad A, ſit reliquæ dupla, vt patet. Ergo & ſic diuidetur A D, à centro grauitatis ſuperficiei conicę, baſi excepta. Quod &c.

ALITER.

In ſchemate ſequenti ſupponamus A B C, nobis repręſentare tam conum ortum ex rotatione trianguli A B D, circa B D, quam triangulum A B C, & conus intelligatur ſectus circulo E F O, baſi A D C, parallelo, & triangulum linea E O, parallela A C. Ex propoſit. 14. Archim. lib. pri. de ſphęr. & cylind. deducitur, & à Torricell. propoſit. 10. lib. 1. de ſphęra, & ſolidis ſphęralibus, probatur, eſſe conicam ſuperficiem A B C, ad conicam ſuperficiem E B O, vt rectangulum B A D, ad rectangulum B E F (intellige tamen ſemper, demptis baſibus.) Sed vt A B, ad B E, ſic A D, ad E F. Ergo conica ſuperficies A B C, ad conicam E B O, erit vt quadratum A D, ad quadratum E F; nempe vt triangulum A B C, ad triangulum E B O. Et hoc accidit ſemper vbicunque ſint dicta planum E F O, & linea

Gg 2 EO,



E O. Ergo ſuperficies conica, & triangulum A B C, ſunt magnitudines proportionaliter analogæ. Ergo centrum grauitatis ipſarum ſecabit eodem modo B D. Sed centrum grauitatis trianguli A B C, quod ſit v. g. H, ſic diuidit B D, vt B H, ſit dupla H D. Quare & centrum grauitatis ſuperficiei conicæ. Quod &c.

PROPOSITIO VII.

Centrum grauitatis perimetri coni, ſic diuidit eius diametrum, vt pars ad verticem terminata, ſit ad reli- *quam,*

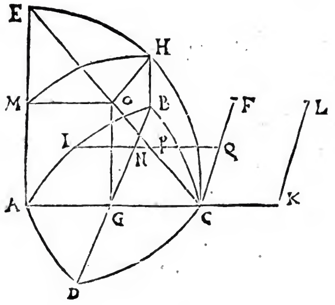
quam, vt triplus radius baſis cum duplo latere coni, ad latus coni.

SIt ergo H, centrum grauitatis totius perimetri coni ABC. Dico BH, eſſe ad HD, vt tripla DC, cum dupla BC, ad BC. Sit F, centrum grauitatis ſuperficiei conicæ ABC. Ergo ex propoſit. anteced. BF, erit dupla FD. Cum ergo D, ſit centrum grauitatis circuli ADC, erit reciprocè FH, ad HD, vt circulus ADC, ad ſuperficiem conicam ABC. Sed circulus ad ſuperficiem conicam, eſt vt quadratum DC, ad rectangulum DCB; nempe vt DC, ad CB. Ergo FH, ad HD, erit vt DC, ad CB. Et componendo, erit FD, ad DH, vt DC, cum CB, ad CB. Et antecedentium tripla; erit ergo BD, ad DH, vt tripla DC, cum tripla CB, ad CB. Et diuidendo, erit BH, ad HD, vt tripla DC, cum dupla CB, ad CB. Quod &c.

PROPOSITIO VIII.

Si ſuper qualibet figura circa diametrum concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte, per lineam parallelam diametro ductam, vel per extremitatem baſis, vel extra, & per punctum in latere. Centrum æquilibrij ſuperficiei cylindricæ alterutrius trunci appenſi ſecundum lineam per quam planum tranſit, ita ipſam diuidit, vt diuiditur diameter à centro æquilibrij totius ſuperficiei cylindricæ appenſæ ſecundum figuram.

Su-



SVper figura ABC, circa diametrum BG, conćipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte primo per CF, parallelam BG, ac ipſi æqualem, ductam ab extremitate baſis AC, & per punctum in latere E. Dico ſuperficiei cylindricæ AEBC (hanc enim dumtaxat intelligimus pro ſuperficie cylindrica, & non figuram ABC, nec planum CEHC, nec triangulum AEC) appenſæ ſecundum FC, centrum æquilibrij, ita ſecare FC, vt ſecatur BG, à centro æquilibrij totius ſuperficiei cylindricæ totius cylindrici, nempe duplicatæ ſuperficiei

ficiei AEBC, appenſæ ſecundum BG. Quod enim ſi ſuperficies totius cylindrici intelligatur appenſa ſecundum figuram ABC, ſit eius centrum æquilibrij in BG, eſt adeò manifeſtum, vt pudeat circa hoc verba facere. Sit ergo N, hoc centrum æquilibrij. Patet non minus manifeſtè, ſi intelligamus appenſam ſuperficiem cylindricam AEBC, ſecundum figuram ABG, in aliquo ipſius puncto eſſe centrum æquilibrij talis ſuperficiei. Sit hoc in linea NI. Quæ producatur indefinitè. Patet in ipſa eſſe centrum æquilibrij ſuperficiei cylindrici alterius trunci dexteri cylindrici, qui truncus eſt intelligendus æqualis, & ſimilis trunco ABCE, ſecundum omnia, ſed erit inuersè poſitus. His explicatis. Dico lineam IP, eſſe parallelam AC. Non ſit enim parallela, ſed pars IN, ſit propinquior ipſi AC. Vt diximus, manifeſtum eſt ſuperficiem cylindricam ABCE, & ſuperficiem cylindricam alterius trunci dexteri, eſſe ſimiles, & æquales. Ergo ſi ſimiliter appendantur, nempe ſecundum baſes, habebunt centra æquilibrij ſimiliter poſita. Quod vtique non eueniet, niſi IP, ſit parallela AC, centrum enim æquilibrij ſuperficiei trunci dexteri, erit in baſi oppoſita baſi ABC, in linea oppoſita lineæ NP. Patet ergo, quod ſi ſuperficies cylindrica appendatur ſecundum FC, æqualem BG, in puncto Q, erit FQ, ad QC, vt BN, ad NG. Quod primo erat oſtendendum.

Secundo, ne ſchemata multiplicemus, cogitemus pla-

planum ſecans tranſire per kL, & per E: hoc ſecabit etiam latus erectum à puncto C. Quod ſi per punctum talis ſectionis intelligamus duci planum parallelum ABC; truncus ſiniſter prioris cylindrici diuidetur in cylindricum cuius oppoſitæ baſes, ABC, & ducta per punctum ſectionis lateris erecti à puncto C, & in truncum ſiniſtrum cylindrici ſecti per tale punctum, & per E. Cum verò partium ſuperficiei curuæ totius trunci ſiniſtri appenſæ ſecundum ABC, ſint centra æquilibrij in IP; quia cylindrici in N, & trunci ſiniſtri partis prioris trunci ſiniſtri in IN. Erit ſuperficiei curuæ totius in IN. Res eſt manifeſtiſſima geometrizanti. Quare propoſitum quo ad omnia liquet.

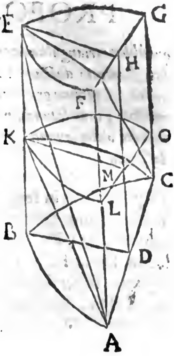
PROPOSITIO IX.

Cuiuſcunque ſuperficiei cylindricæ, exceptis baſibus appenſæ ſecundum baſim, idem eſt centrum æquilibrij cum centro grauitatis perimetri baſis.

ESto quilibet cylindricus ABCGEF, exiſtens ſuper baſi ABC. Dico centrum æquilibrij totius ſuperficiei ipſius, exceptis baſibus ABC, FEG, appenſæ ſecundum ABC, eſſe idem cum centro grauitatis perimetri ABC. Traiciatur enim vbilibet planum OkL, oppoſitis baſibus parallelum. Perimeter OkL, eſt æqualis, ſimilis, & ſimiliter poſita perimetro ABC. Ergo etiam harum centra

gra-

grauitatis erunt ſimiliter poſita in figuris ABC, LKO. Ergo ſi ambæ perimetri ABC, LkO, intelligantur appenſæ ſecundum figuram ABC, earum centrum æquilibrij idem erit cum centro grauitatis perimetri ABC. Idem probabitur de quacumque alia perimetro. Ergo idem punctum in ABC, erit centrum æquilibrij perimetrorum omnium parallelarum perimetro ABC. Et conſequenter ſuperficiei cylindricæ.



SCHOLIVM.

Licet autem oſtenſum ſit de tota ſuperficie cylindrica, tamen hòc in ſequentibus non indigebimus, ſed tantum de illa ſuperficie cylindrica, de qua ſupra locuti ſumus, nempe de ipſa excepto plano AFGC. Eodem enim modo probabimus, centrum æquilibrij ipſius appenſæ ſecundum ABC, idem eſſe cum centro grauitatis perimetri ABC, excepta baſi AC.

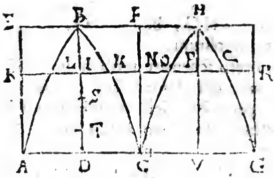
PROPOSITIO X.

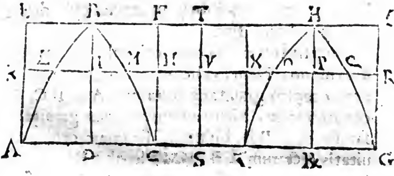
Si quodlibet triangulum æquicrure voluatur circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem baſis, vel extra. Centrum grauitatis ſuperficiei annuli geniti, baſi excepta, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes diuidet axim annuli, vel partes axis correſpondentes, biſariam.

SVpponamus in ſequentibus ſchematibus, ABC, eſſe triangulum æquicrure, & intelligamus ipſum rotari circa F C, in prima figura, vel circa T S, in ſecun. Dico F C, T S, ſecari bifariam à centris grauitatis ſuperficierum annulorum A B C H G, A B C Z H G, baſibus exceptis. Quod ſi traiciantur plana L Q, baſibus parallela, etiam F N, N C, T V, V S, pariter dicimus ſecari biſariam à centris grauitatis ſuperficierum, quarum illæ ſunt axes.

Probabitur prius in prim. fig. Super A B C, ergo triangulo intelligatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per F C, & per punctum in latere erecto à puncto A. Ergo ex propoſit. 8. ſi ſuperficies cylindrica trunci ſiniſtri huius cylindrici intelligatur appenſa ſecundum F C, v. g. in puncto N, ita erit F N, ad N C, vt eſt B I, ad I D (ſupponendo I, eſſe centrum æquilibrij ſuperficiei cylindricæ exiſtentis ſuper lineis A B, B C.). Sed ex

pro-





propoſit. anteced. centrum æquilibrij ſuperficiei cylindricæ exiſtentis ſuper AB, BC, eſt idem cum centro grauitatis linearum rectarum AB, BC, ſimul coniunctarum, quod vtique ſecat BD, bifariam, vt fusè videri poteſt ex ijs, quæ docuit Guldinus in lib. prim centroba. cap. 3. propoſit. 3. & vt naturaliter patet. Ergo etiam centrum æquilibrij illius trunci ſiniſtri appenſi ſecundum FC, ſecabit FC, bifariam. Sed ex dictis in propoſit. pri. ita ſecatur FC, à

centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ trunci ſiniſtri, ſicuti ſecatur à centro grauitatis ſuperficiei annuli ABCHG, baſi ACG, excepta. Quare patet propoſitum.

In altero ſchemate probabitur ex ijſdem propoſitionibus; ſed planum ſecans cylindricum exiſtentem ſuper ABC, debet tranſire per TS, & per punctum in latere erecto à puncto A. Diſcurretur enim eodem modo, nempe ſic ſecari TS, à centro æquilibrij ſuperficiei trunci ſiniſtri, ſicuti ſecatur BD, à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ totius cylindrici. Etc.

De partibus etiam proportionalibus, patebit eodem modo. Nam, vt licuit intueri, tota res dependet ex centro grauitatis rectarum AB, BC, ſimul coniunctarum. Sicuti autem centrum grauitatis ipſarum ſecat BD, bifariam, ſic etiam centrum grauitatis rectarum LB, BM, ſecabit BI, bifariam; & centrum grauitatis rectarum AL, MC, ſecabit ID, bifariam, & ſic de omnibus alijs. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Immo facile deducetur, quod vtique non videtur ſpernendum, & eſt, quod ſemper dictæ ſuperficies ſecantur in proportione axium. V. g. ita erit ſuperficies ſegmenti ALMCOQG, in prima figura, ad ſuperficiem LBMOHQ, ſicuti eſt CN, ad NF, & hoc

& hoc ſemper. Idem intelligatur in ſecunda figura. Hoc autem eſt nimis clarum, cum dependeat ex hoc, quod centrum grauitatis totius, & partium, ſit ſemper in medio axis correſpondentis.

Demonſtrauimus ſuperiorem propoſitionem ex omnibus ſuis principijs, vt oſtenderemus totam ſeriem diſcurſus; facilius, & breuius potuiſſet probari, iam oſtenſa ſequenti propoſitione vniuerſali.

PROPOSITIO XI.

Si quælibet figura circa axim voluatur, vt dictum eſt in antecedenti propoſitione. Centrum grauitatis ſuperficiei genitæ excepta baſi ita ſecabit axim ipſius, vt ſecatur axis figuræ genitricis à centro grauitatis ambitus ipſius, baſi excepta, ſi baſim habeat.

SIt ergo ABC, quælibet figura circa axim BG, ſiue hæc habeat baſim AC, ſiue non habeat, (quod tunc contingeret quando figura ABC, eſſet duplicata ad partes AC in BADC.) Dico ita ſecari FC, vel Lk, à centro grauitatis ſuperficierum annulorum genitorum, ex reuolutione ABC, circa FC, vel KL, baſibus exceptis, ſicuti ſecatur BG, à centro grauitatis ambitus ABC, excepta baſi AC. Probabitur in primo annulo, & ex eius probatione patebit faciliter in ſecundo.

In primo ergo annulo patet faciliter. Nam ſuper ABC, intellecto cylindrico recto ſecto diagona-

gonaliter plano tranſeunte per FC, & per punctum in latere E, vt ſit ABCE, eius truncus ſiniſter, ex propoſit. 1. FT, ſecabitur in eodem puncto à centro grauitatis ſuperficiei annuli, baſi excepta, & à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ trunci appenſæ ſecundum FC. Sed ex propoſit. 8. ita ſecatur FC, à centro æquilibrij ſuperficiei trunci, ſicuti ſecatur BG, à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ cylindrici, nempe illius, quæ exiſtit ſuper lineis AIB, BPC: & ex propoſit. 9. eodem modo ſecatur BG, à centro grauitatis linearum AIB, CPB, ſimul. Quare à primo ad vltimum patet propoſitum.

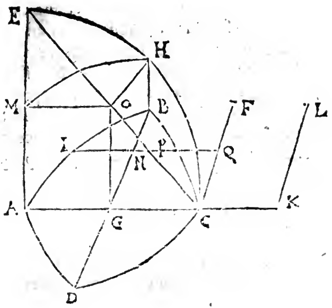
SCHOLIVM.

Patet ergo faciliter qualiter propoſitio 10. antecedens deducetur ex generali prop. 11. Immo ex hac prop. generali poſſumus rurſum probare centrum grauitatis ſuperficiei cylindricæ, baſibus exceptis, ſecare eius axim bifariam; nam commune centrum grauitatis duorum oppoſitorum laterum parallelogrammi ſimul coniunctorum diuidit axim parallelogrammi bifariam.

PROPOSITIO XII.

Superficiei annuli ſiue ſtricti, ſiue lati, genita ex reuolutione cuiuſcunque portionis circuli, modo ſupra explicato, centrum grauitatis in axe annuli inuenire.

Se-



SEquens propoſitio deducitur ex doctrina Guldini, quam habet in lib. pri. centroba. cap. 5. propoſ. 2. Supponamus in ant. ſchem. **A B C**, quamlibet portionem circuli, rotari, modo ſupra explicato. Oportet ſuperficiei genitę, baſi excepta, centrum grauitatis inuenire. Fiat vt circumferentia CPB, ad CG, dimidiam chordæ **A C**, ſic ſemidiameter circuli ad aliam abſcindendam à ſemidiametro incipiendo à centro, v. g. in noſtro ſchemate ſupponentes ABC, eſſe ſemicirculum (quod enim in ipſo dicetur verificabitur etiam in alijs portionibus) fiat vt circumferen-

rentiæ CPB, ad CG, ſemichordam CA, ſic BG, ſemidiameter ad GN, abſcindendam ſemper à centro verſus B. Dico quod ſi FC, vel alia circa quam fit reuolutio ſecetur in ratione BN, ad NG, punctum ſectionis erit centrum grauitatis ſuperficiei annuli. Patet, quia ex Guldino loc. cit. N, eſt centrum grauitatis peripheriæ ABC. Sed ex propoſ. anteced. ita ſecatur BG, à centro grauitatis peripheriæ ſicuti ſecatur axis, circa quem fit rotatio à centro ſuperficiei annuli, baſi excepta. Ergo patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Hæc ſunt, quæ vſque nunc nobis occurrerunt circa præſentem ſuperficierum curuarum materiam. Sunt vtique exiguiſſima pars illorum, quæ deſunt; attamen noluimus illa prætermittere. Etenim malluimus aliqua conſcribere, quam omnia ſub ſilentio relinquere. Peritiores geometræ obſtruſiora manifeſtabunt.

Finis Tertiæ Partis.

ME

MISCELLANEI GEOMETRICI,

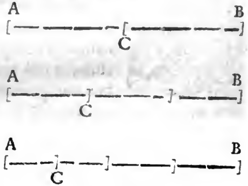
PARS QVARTA.

IN QVA ASSIGNANTVR MAXIMA inſcriptibilia in infinitis trilineis, & in infinitis conicis ex ipſis reuolutis tam circa axim, quam circa baſim.

NON aliter videtur terminandum Miſcellaneum præſens, quam fuerit abſolutum miſcellaneum noſtrum hyperbolicum, & parabolicum, quod paucis ab hinc menſibus euulgauimus. Impoſuimus finem miſcellaneo præfato maximis inſcriptibilibus, minimiſque circumſcriptibilibus infinitis parabolis, conoidibus, ac ſemifuſis parabolicis. Sed tunc temporis hæc doctrina de maximis, & minimis prout ad ſubiectum propoſitum attinebat, non fuit tradita omnibus numeris abſoluta: non enim locuti ſumus de maximis inſcriptibilibus in infinitis trilineis parabolicis, ac in infinitis conicis, tam ortis ex reuolu-

Digitized by Google

tione infinitorum trilineorum circa diametros, quam circa baſim. Hæc intelligimus aſſignare in præſenti. Sed ſicuti argumentum illud in præfato miſcellaneo à doctrina quadam fæliciter explicata à peritiſſimo geometra Petro Paulo Carauaggio Mediolanenſi exordium ſumpſit, non ſecùs procedendum eſt in præſenti; ſed doctrina illa aurea, quam habet in ſua geometria applicationum, denuò eſt nunc recapitulanda, ac explicanda quantum ad negotium noſtrum faceſſit: remittentes eum, qui plura deſiderat, ad ipſius Carauaggij fontem. Probat ergo Carauaggius in opere citato. Omnium poteſtatum ad eandem rectam lineam applicabilium, deficientiumque poteſtatibus homogeneis, maximum eſſe quod ad talem partem lineæ applicatur, quæ ad totam lineam ſit vt vnitas ad exponentem poteſtatis. V.g. ſi ſit applicandum parallelogrammum deficiens quadrato, hoc eſt ſi A B, ſit ſic ſecanda in C, vt rectangulum ACB, ſit omnium maximum, illorum, quæ fiunt à partibus B C, debet ipſa ſecari in C, bifariam.



Si ſit applicandum parallelepipedum deficiens cubo, &c. hoc eſt ſi A B, ſit ſic ſecanda in C, vt factum ſub A C,

A C, & ſub quadrato B C; ſit omnium maximum debet A C, eſſe tertiam partem A B. Si vero applicandum ſit planoplanum deficiens quadratoquadrato, nempe ſi ſit ſic A B, ſecanda in C, vt factum ſub A C, in cubum C B, ſit omnium maximum; A C, debet eſſe quarta pars A B. Hæc doctrina pariter fuit à nobis explicata loco citato vſque ad hunc terminum, quia pro ibidem dicendis, nobis ſufficiebat.

Nùnc verò vlteriùs procedendum eſt cum ipſo Carauaggio in opere citato. Probat enim ibidem hoc ſic accidere, vt explicatum eſt, quando applicatio lineæ eſt facienda. Subiungit poſtea in pagina tertia. *Cum vero applicabitur gradui altiori, tunc maxima applicatio continget in tot partibus datæ magnitudinis, cui ſit applicatio, quota ipſa eſt in ordine graduum, diuiſæ in tot partes, quota eſt applicanda magnitudo in ordine graduum; ideſt magnitudinis, cui ſit applicatio partes denominabit numerus graduum magnitudinis applicandæ; numerabit vero numerus graduum magnitudinis, cui ſit applicatio.* Hanc doctrinam exemplis explicat in pag. 4. Inquit ergo.

Maximum plano planum, quod applicatur dato plano deficiens plano plano ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plani duabus ex quatuor partibus, ideſt dimidio; & plano planum ſimile dato deficiens adiacet reliquis duabus ex quatuor partibus, ideſt dimidio.

Maximum plano planum, quod applicatur dato ſolido deficiens planoplano ſimili dato eſt id, quod applicatur dati ſolidi tribus ex quatuor partibus, & planoplanum ſimile dato deficiens adiacet reliquæ quartæ parti. Et in primo exem-

plo poſito in pag. 5. ait.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato plano deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plani duabus ex quinque partibus; & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquis tribus ex quinque partibus.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato ſolido deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati ſolidi tribus ex quinque partibus, & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquis duabus ex quinque partibus.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato plano plano deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plano plani quatuor ex quinque partibus; & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquæ quintæ parti. Et ſic procedendo.

Hæc omnia probat in progreſſu operis. Ex dicta ergo doctrina habemus, quod ſi quis iubeat ſic ſecare A B, v.g. in partes A C, C B, vt factum ſub quadratis A C, C B, ſit omnium maximum, A B, debere biſecari; quia tam A C, quam C B, debent continere duas ex 4. partibus A B. Si vero imperatum fuerit A B, ſic in C, diuidendam eſſe, vt factum ſub quadrato A C, & ſub cubo C B, ſit omnium maximum, A B, debet diuidi in 5, partes æquales, quarum duas contineat A C, reliquas C B. Si vero ſit ſic ſecanda, vt factum ſub quadrato A C, & ſub quadratoquadrato C B, ſit omnium maximum, A B, debet ſecari in 6, partes æquales, quarum duæ erit A C: & ſic in infinitum.

Sed

Sed huic Carauaggij doctrinæ aliquid aliud eſt addendum, vt intentum noſtrum obtineamus; & eſt, quod non modo lineæ prædictæ ſunt ſecandæ in antedictis punctis, vt obtineamus illa maxima facta, ſed etiam ipſas in ijſdem punctis ſecandas eſſe quotieſcunque iubeatur ipſas ſic diuidere, vt maxima facta habeant ad prius facta imperatam rationem. Res clarius explicanda eſt. Diximus ſupra quod ſi AB, ſit v.g. ſic ſecanda in C, vt factum ſub AC, & ſub quadrato CB, ſit omnium maximum, AC, debere eſſe tertiam partem CB: nunc dicimus, quod ſi AB, ſit ſic ſecanda in C, vt factum ſub AC, v.g. & ſub ſeſquialtero quadrati CB, ſit omnium maximum, non ſecus, ac ſupra, AC, debere eſſe tertiam partem AB; & ſic in alijs. Res eſt clara, quapropter ad propoſitiones accedamus. Sit ergo.

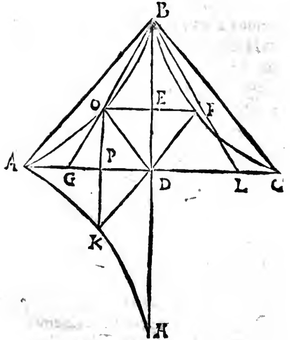
PROPOSITIO I.

Triangulum maximum inſcriptibile in quodlibet infinitorum trilineorum duplicatorum circa diametrum, eſt illud, cuius altitudo ſe habeat ad diametrum trilinei, vt vnitas ad numerum trilinei vnitate auctum.

ABC, ſit quodlibet ex infinitis trilineis duplicatis circa diametrum BD, DE, vero ſe habeat ad DB, vt vnitas ad numerum trilinei vnitate auctum, & per O, ducatur OEF, parallela AC, ac conſtituatur triangulum ODF. Aſſero, hoc eſſe ma-

maximum inſcriptibilium in trilineo A B C. Ducatur, recta A B, & fiat A D, ad D G, vt numerus trilinei vnitate auctus ad binarium; & ducatur B G. Quoniam vt A D, ad D G, ſic triangulum A B D, ad triangulum G B D; ergo etiam triangulum A B D, erit ad triangulum G B D, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Sed ex ſchol. pri. propoſ. 1. lib. 1. etiam A B D, triangulum, eſt ad trilineum A B D, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Ergo trilineum A B D, & G B D, triangulum, erunt æqualia. Ergo hæc ad triangulum O D E, habebunt eandem rationem. Sed ratio trianguli G B D, ad triangulum O D E, componitur ex rationibus G D, ad O E, & B D, ad D E. Ergo etiam ratio trilinei A B D, ad triangulum O D E, componetur ex iiſdem rationibus. Sed vt G D, ad O E, ſic A D, ad lineam, quæ ad O E, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium; & quia ex geneſi infinitarum parabolarum in cit. 1. propoſit. explicata, eſt vt A D, ad O E, ſic poteſtas D B, eiuſdem gradus cum trilineo, ad ſimilem poteſtatem O E; erit & vt A D, ad lineam, quæ ad O E, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium, ſic poteſtas D B, eiuſdem gradus cum trilineo, ad homogeneam poteſtatem, quæ ſe habeat ad homogeneam poteſtatem B E, vt numerus vnitate auctus ad binarium. Ergo ratio trilinei A B D, ad triangulum O D E, & conſequenter trilinei A B C, ad triangulum O D F, componetur ex ratione poteſtatis D B, ad dictam poteſtatem,

quæ



quæ ad poteſtatem B E, ſe habeat in prædicta ratione, & ex ratione D B, ad D E. Sed ex prædictis rationibus componitur quoque ratio poteſtatis D B, vno gradu altioris poteſtate trilinei, ad factum ſub D E, & ſub poteſtate, eiuſdem gradus cum trilineo, quæ ad poteſtatem homogeneam B E, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium; & ex doctrinis ſupra explicatis, præcipuè in fine, maximum tale factum ex præfatis partibus D B, eſt illud, quando D E, ſe habet ad E B, vt vnitas ad numerum; & conſequen-

ſequenter ad totam D B, vt vnitas, ad numerum vnitate auctum. Quare patet etiam triangulum O D F, eſſe maximum inſcriptum in trilineo A B C. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Ex progreſſu autem demonſtrationis patet, trilineum ad triangulum maximum ſibi inſcriptum, eſſe in primo trilineo, vt quadratum D B, ad rectangulum D E B. In ſecundo, vt cubus D B, ad factum ſub D E, in ſeſquialterum quadrati E B. In tertio vt quadratoquadratum D B, ad factum ſub D E, in duplum cubi E B. Et ſic in infinitum, adeo vt partes poteſtatis E B, ſe habeant ad poteſtatem B E, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Quapropter patet in numeris poſſe exprimi rationem vniuſcuiuſque trilinei ad maximum triangulum ſibi inſcriptum. In primo enim, nempe in triangulo, erit vt 4. ad 1. In quadratico vero; quoniam qualium D B, eſt 3. D E, eſt 1. B E, 2. erit cubus D B, 27. Sed quoniam quadratum B E, eſt 4. eius ſeſquialterum erit 6. cum autem D E, ſit 1. erit etiam factum ſub D E, & ſub ſeſquialtero quadrati B E, 6. Ergo trilineum ad triangulum erit vt 27. ad 6. nempe vt 9. ad 2. In tertio D B, eſt 4. B E, 3. D E, 1. quadratoquadratum D B, eſt 256. cubus B E, eſt 27. eius duplus, & conſequenter factum ſub D E, in eum, eſt 54. Ergo trilineum erit ad triangulum vt 256, ad 54. Seu vt

128.

128. ad 27. Et ſic in alijs fas erit exprimere numero dictas rationes.

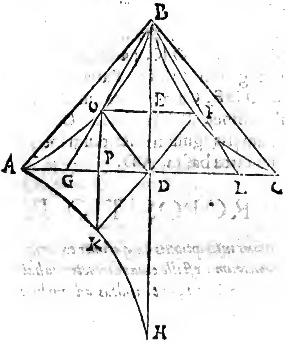
Trilineum BAD, intelligatur duplicari in BAH, & ducatur OK, parallela BH, & intelligatur triangulum OkD. Patet hoc æquale eſſe triangulo ODF. Cum ergo etiam trilineum ABC, ſit æquale trilineo BAH, patet OkD, eſſe maximum etiam triangulum inſcriptum intra trilineum duplicatum circa baſim AD.

PROPOSITIO II.

Conus maximus inſcriptibilis in quolibet ex infinitis conicis circa diametrum, eſt ille cuius diameter ſe habeat ad diametrum totius conici, vt vnitas ad duplum numerum conici vnitate auctum.

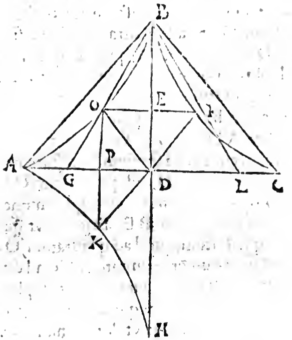
ESto ABC, quilibet ex infinitis conicis ortus ex reuolutione trilinei ABD, circa diametrum BD, & in ipſo ſit inſcriptus conus ODF, cuius baſis OF, ſit parallela AC, & cuius diameter ſeù axis DE, ſe habeat ad DB, vt vnitas, ad duplum numerum conici vnitate auctum. Dico hunc eſſe maximum &c. Intelligatur etiam conus ABC, & ſit vt duplus numerus conici vnitate auctus ad ternarium, ſic quadratum AD, ad quadratum DG; & intelligatur conus GBL. Cylindrus triplus coni ABC, ſe habet ex ſchol. 3. propoſ. 14. lib. 2. ad conicum ABC, vt duplus numerus conici-

Kk vni-



vnitate auctus ad vnitatem; ergo conus A B C, ſe habebit ad conicum A B C, vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Cum autem factum ſit in eadem ratione quadratum A D, ad quadratum D G, & in tali ratione ſit etiam conus A B C, ad conum G B L, ſequitur conicum A B C, & conum G B L, æquales eſſe. Quare ad conum O D F, habebunt eandem proportionem. Sed ratio coni G B L, ad conum O D F, componitur ex rationibus quadrati G D, ad O E, quadratum & lineæ D B, ad D E.

DE. Ergo etiam ratio conici ABC, ad conum ODF, componetur ex ijſdem rationibus. Sed vt quadratum GD, ad quadratum OE, ſic quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, ſit vt duplus numerus conici vnitate auctus ad ternarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ijſdem rationibus. Sed quoniam ex natura trilineorum, eſt vt AD, ad OE, ſic poteſtas DB, eiuſdem gradus cum conico ad ſimilem poteſtatem BE. Ergo vt quadratum AD, ad quadratum OE, ſic poteſtas DB, cuius numerus ſit duplus numeri conici ad ſimilem poteſtatem BE. Ergo & vt quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, ſe habeat vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium, ſic poteſtas DB, cuius numerus ſit duplus numeri conici, ad homogeneum, quod ad homogeneam poteſtatem BE, ſe habeat vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ratione harum poteſtatum, & ex ratione DB, ad DE. Sed ex his rationibus componitur quoque ratio poteſtatis DB, cuius numerus ſit duplus vnitate auctus numeri conici, ad factum ſub DE, & ſub tali poteſtate cuius numerus ſit duplus poteſtatis conici, quæ ſe habeat ad ſimilem poteſtatem BE, vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Ergo conicus ad conum ſe habebit vt dicta poteſtas DB, ad factum ſub partibus DB, prædicto modo. Sed ex doctrina explicata ſuperius habemus, maximum factum ſub partibus BD, eſſe illud,



quando DE, ſe habet ad EB, vt vnitas ad duplum numerum,& ad totam DB, vt vnitas ad duplum numerum vnitate auctum. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Etiam in præſenti ex progreſſu demonſtrationis patet, conicum ad conum eſſe in primo conico, vt cubus DB, ad factum ſub DE, & ſub quadrato BE. In ſecundo vt quadrato cubus DB, ad factum ſub

Digitized by Google

DE, & ſub tali quadratoquadrato, quod ad quadratoquadratum BE, ſit, vt 5. ad 3. In tertio vt quadratoquadrato cubus DB, ad factum ſub DE, & ſub tali cubo cubo, qui ad cubo cubum BE, ſit vt 7. ad 3. Et ſic in infinitum. Quare patet etiam nunc in numeris poſſe exprimi has rationes. Primus enim conicus ABC, erit ad conum ODF, vt 27. ad 4; quia qualium DB, eſt 3. DE, eſt 1. BE, 2. cubus DB, eſt 27. & factum ſub DE, in quadratum BE, eſt 4. In ſecundo qualium DB, eſt 5. DE, eſt 1. BE, 4. quadrato cubus DB. eſt 3125. quadratoquadratum BE, eſt 256. & quadratoquadratum ſe habens ad ipſum vt 5. ad 3. eſt 426. $\frac{2}{3}$. Ergo conicus ad conum erit vt 3125. ad 426. $\frac{2}{3}$. Et ſic ſimiliter diſcurrendo in alijs.

PROPOSITIO III.

Conus maximus inſcriptibilis in quolibet conico circa baſim, eſt ille, cuius radius baſis ſe habet ad totam diametrum trilinei genitoris, vt binarium ad numerum conici binario auctum.

ESto quodlibet trilineum ABD, cuius diameter AD, baſis DB, & DP, ſit ad DA, vt binarium ad numerum conici binario auctum, & per P, ducantur PO, parallela BD, OE, parallela AD, & OD; intelligamus trilineum ABD, cum triangulo ODE, rotari circa BD. Dico conum ODF, inſcri-

ſcriptum in conico ABC, eſſe maximum omnium inſcriptibilium. Sit quadratum AD, ad quadratum DG, vt rectangulum contentum ſub numero parabolæ aucto vnitate, & ſub numero parabolæ aucto binario ad ſenarium; nempe in pri. vt 6. ad 6. in ſec. vt 12. ad 6; in ter. vt 20. ad 6. &c. & intelligantur coni ABC, GBL. Ergo conus ABC, erit ad conum GBL, in dicta ratione, quia ſunt vt baſes. Quoniam verò cylindrus triplus coni ABC, eſt conuertendo, ex ſec. p. prop. 15. lib. 2. ad conicum ABC, vt prædictum rectangulum ad binarium, erit conus ABC, eius tertia pars, ad dictum conicum, vt dictum rectangulum ad ſenarium. Ergo conicus ABC, & conus GBL, erunt æquales. Ergo ad conum ODF, erunt in eadem ratione. Porrò ratio coni GBL, ad conum ODF, componitur ex ratione quadrati GD, ad quadratum OE, & ex ratione BD, ad DE. Ergo etiam ratio conici ad conum ODF, componetur ex iiſdem rationibus. Aſt vt quadratum GD, ad quadratum OE, ſic quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, ſeu PD, ſit vt rectangulum contentum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto, ad ſenarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex tali ratione, & ex ratione BD, ad DE. Sed ex natura infinitarum parabolarum, eſt BD, ad DE, vt poteſtas DA, eiuſdem gradus cum conico, ad ſimilem poteſtatem AP. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ratione quadrati AD, ad quadratum, quod ad quadratum DP, ſit vt ante-

dictum

dictum rectangulum ad ſenarium, & ex ratione poteſtatis A D, eiuſdem gradus cum conico, ad ſimilem poteſtatem AP; nempe erit ad ipſum, vt poteſtas A D, duplici gradu altior poteſtate conici, ad factum ſub poteſtate A P, eiuſdem gradus cum conico, & ſub quadrato, quod ad quadratum D P, ſit in dicta ratione. Sed ex doctrina explicata initio huius partis, maximum factum ſub partibus A D, eſt quando DP, eſt ad P A, vt binarium, ad numerum conici, & ad A D, vt binarium ad numerum binario auctum. Quare conus O D F, erit maximus &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex demonſtratis patet, conicum A B C, eſſe ad conum O D F, in prim. coni. vt cubus D A, ad factum ſub A P, in quadratum D P. In ſec. vt quadratoquadratum AD, ad factum ſub quadrato AP, & ſub duplo quadrati PD. In ter. vt quadratocubus AD, ad factum ſub cubo A P, & ſub tali quadrato, quod ad quadratum P D, ſit vt 20. ad 6. & ſic in alijs.

In numeris ergo etiam in præſenti licebit exprimere rationem conici ad conum. In pri. enim, nempe in cono, iam ſcimus eſſe vt 27. ad 4. In ſec. Qualium AD, eſt 4, talium vtraque D P, P A, ſunt duo. Quadratoquadratum AD, eſt 256. quadratum AP, eſt 4. duplum quadrati P D, eſt 8. factum ſub quadrato A P, in duplum quadrati P D, eſt 32. Ergo conicus erit ad conum vt 256, ad 32. nempe vt 8. ad

1. In

1. In tertio, qualium AD, eſt 5. talium DP, eſt 2. AP. 3. quadratocubus AD, eſt 3125. cubus AP, eſt 27. quadratum DP, eſt 4. quadratum, quod ad ipſum ſit vt 20. ad 6. eſt 13. ⅓. factum ſub cubo AP, in ipſum, eſt 360. Ergo tertius conicus erit ad maximum conum ſibi inſcriptum, vt 3125. ad 360. nempe vt 625. ad 72.

Pro quarta vice ſufficiat hæc tibi propoſuiſſe legenda benigne lector. Alia expecta, quæ fortaſſis tibi communicabimus quamprimum. In nullo noſtro opere antea elaborato conſcripſimus tabellam corrorum, nec ergo in præſenti intelligimus à noſtra diſcedere conſuetudine, ſed illos tuæ remittimus humanitati, & diligentiæ. Vale.

FINIS.

Digitized by Google